유 형 + 내 신

고쟁이

수학 개념과 원리를 꿰뚫는
내신 대비 집중 훈련서

수학 Ⅱ

이투스북

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

STAFF

발행인 | 문정석

퍼블리싱 총괄 | 남형주

기획 · 개발 | 조비호 김한길 이경미 이수현

디자인 · 마케팅 | 김정인 김라니 강윤정 한명희

제작 · 유통 | 박종택 서준성

Special Thanks to

박준범 충주고등학교 성준우 광양제철고등학교 손승태 와부고등학교

임정원 순천매산고등학교 구정모 신기중학교 이혜림 대동세무고등학교

한헌주 PMG학원 박명훈 김샘학원 성북캠퍼스 서민국 시대인재

우현석 에이투지학원 김복응 더브레인코어학원 송태원 맑은숲수학학원

유형+내신 고쟁이 수학 Ⅱ | 202209 제2판 1쇄

펴낸곳 이투스에듀㈜ 서울시 서초구 남부순환로 2547

고객센터 1599-3225 **등록번호** 제2007-000035호 **ISBN** 979-11-389-1097-2[53410]

· 이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.
· 잘못 만들어진 책은 구입처에서 교환해 드립니다.

이투스북

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

Preface 머리말

'2015 개정 교육과정'으로 2022학년도 수능까지 치러진 지금, 전국 대학 기준으로 교과전형 선발 인원이 확대되는 등 학생부(내신)은 여전히 중요하며 내신에서 점차 수능형 문제의 비중이 높아지고 있어 이를 반영하여 최신 내신 트렌드에 최적화된 문제들을 엄선, 다양한 형태의 시험에 대비할 수 있도록 다채로운 아이디어를 담은 문항을 제작하였습니다.

이 책은 연구진들이 최근 5개년 간 실제 고등학교 중간 · 기말고사에서 출제된 1000개가 넘는 시험지를 일일이 풀어가면서 유형별, 난이도별 출제 경향을 정리하고, 많은 학교에서 공통적으로 출제되는 문제가 무엇인지, 서술형으로 준비해야 할 문제가 무엇인지를 철저하게 분석하여 적중 가능성이 높은 문항만을 엄선하여 수록하였습니다. 또한 최근 수능/모평, 학평 기출문제를 분석하고, 핵심 문항들을 수록하여 수능형 문제에 대한 감각을 익히고, 문제해결력을 키울 수 있도록 하였습니다.

고난도 문제에서 해결 방향을 전혀 잡지 못하여 풀이를 시작조차 하지 못하는 일이 없으려면 단계별로 생각하는 훈련을 할 수 있는 문항이 필요합니다. 몇 가지 공식이나 유형을 암기하여 기계적으로 푸는 것은 한계가 있을 수밖에 없습니다. 물론 계산력을 키우는 것 자체도 중요하지만, 각각의 개념이 유기적으로 이해되고 활용 가능할 수 있도록 끊임없이 스스로 '왜?'라는 질문을 통해 확실하게 개념을 체화하는 것이 정말 중요합니다. 개념을 꿰뚫는 필수유형을 통해 유사한 문항을 비교 · 분석하고, 어떤 지점에서 실수가 자주 나오는지 유의하여 공부하여야 하겠습니다.

학생부(내신) 성적은 고등학교 생활 3년간의 노력을 꾸준히 쌓아 올리는 것입니다.
기초를 탄탄하게, 매일 성실하게 학습하는 것이 수학 고득점의 정답입니다.

Point 특장점

1

교과서 수준의 기본 문항부터 다양한 형태의 최고난도 문항까지 단계별로 담아내었습니다.

앞부분에는 쉬운 문제를 빠르고 정확하게 풀이하는 훈련부터 시작합니다.
뒷부분에선 독특하고 생소한 최고난도 문제를 해결하기 위한 다양한 연습을 하게 됩니다.

2

개념의 흐름을 보여주는 '개념 정리'와 유형별 문제해결방법을 알려주는 '유형 해결 TIP'을 수록하였습니다.

개념 정리에서는 선수학습과의 연결성을 통하여 개념이 발전되고 심화되는 흐름을 설명하였습니다.
유형 해결 TIP 에서는 개념학습 후 유형별로 실제 문제를 푸는 데에 도움이 되는 내용을 안내하였습니다.
또한 Step2 마지막장의 '스키마(Schema)' 코너에서는 대표문항에 대해 문제의 조건과 답을 연결할 수 있도록 풀이의 흐름을 도식화하여 문제풀이에 적용할 수 있도록 하였습니다.

3

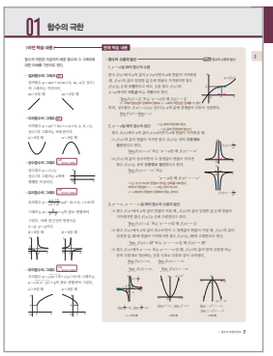
내신 기출은 물론, 수능/모평, 학평 기출문제까지 철저하게 분석하여 요즘 내신에 최적화하였습니다.

2015 개정 교육과정이 적용되어 출제된 최근 내신 시험 및 수능/모평, 학평의 출제 경향을 정확하게 파악하여 반영하였습니다.

이투스북

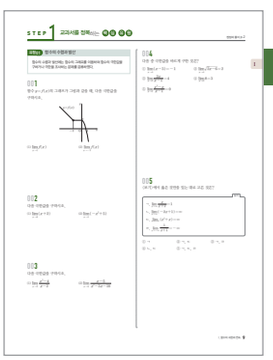
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

Structure 구성



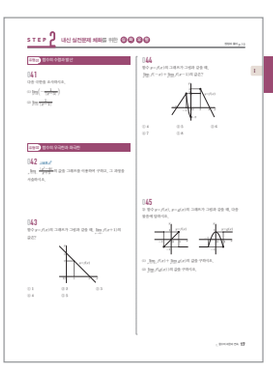
개념 정리

- 새로 학습하는 내용과 연결되는 이전 학습 내용을 함께 정리했습니다.



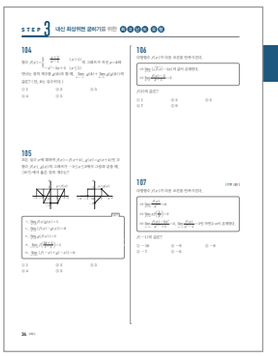
STEP 1 교과서를 정복하는 핵심 유형

- 개념을 적용하는 기본 훈련을 할 수 있는 중하 난이도의 문항들을 단원별 핵심 유형별로 분류하여 제공하였습니다.
- 유형별 문제 해결 방법을 알려주는 유형 해결 TIP 을 제공합니다.



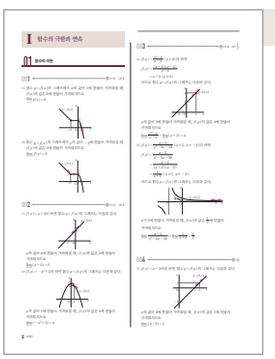
STEP 2 내신 실전문제 체화를 위한 심화 유형

- 학교 내신 시험에서 변별력 있는 문제로 자주 출제되는 중상 난이도의 문항들을 유형별로 분류하여 제공하였습니다.
- 배점이 높게 출제되는 **단답형 및 서술형 문항**에 대한 대비를 할 수 있도록 하였습니다.
- 대표문항 스키마(schema)를 제공합니다.



STEP 3 내신 최상위권 굳히기를 위한 최고난도 유형

- 종합적 사고력이 요구되는 최고난도 문항들을 제공하였습니다.
- 배점이 높게 출제되는 **단답형 및 서술형 문항**에 대한 대비를 할 수 있도록 하였습니다.



정답과 풀이

- 본풀이와 함께 다양한 아이디어 학습을 위한 다른 풀이 를 수록하였습니다.
- 좀 더 나이스한 풀이를 위한 추가 설명은 TIP 으로, 부가적이거나 심층적인 설명이 필요한 경우 참고 로 제공하여 풍부한 해설을 담았습니다.

■ 아이콘 활용하기

515 빈출 서술형 | 선행 484 |

어느 다이빙 선수가 수면으로부터의 높이가 30 m인 다이빙대에서 뛰어오른 지 t초 후 수면으로부터의 높이 x m가 $x=-5t^2+5t+30$일 때, 다음을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 단위도 정확히 쓰시오.)

(1) 뛰어오른 지 2초 후 속도와 가속도
(2) 이 선수가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그때의 높이
(3) 이 선수가 수면에 닿는 순간의 속도

333 선생님 Pick! 평가원기출

삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$의 값은?

① -18 ② -17 ③ -16
④ -15 ⑤ -14

빈출
반드시 눈여겨보아야 하는 출제율이 높은 문항을 나타냅니다.

서술형
서술형 문제로 자주 출제되는 문항을 나타냅니다.
문제를 풀면서 스스로 서술형 답안지를 작성하는 훈련을 할 수 있습니다.

| 선행 484 |
비슷한 아이디어를 사용하는 좀 더 쉬운 문항을 안내합니다. 풀이의 접근법을 생각하기 어려울 때 안내된 선행문제를 먼저 풀어보면 심화 문제에 대한 접근에 도움이 됩니다.

평가원기출 평가원변형 교육청기출 교육청변형
평가원, 교육청 기출문제 또는 그 기출문제가 변형된 문항을 나타냅니다.

선생님 Pick!
현장에 계신 선생님들이 Pick한, 내신에 출제되는 평가원·교육청 모의고사 기출(변형) 문제를 나타냅니다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

Contents 차례

I 함수의 극한과 연속

01 함수의 극한 007

02 함수의 연속 037

II 미분

01 미분계수와 도함수 061

02 도함수의 활용 (1) 088

03 도함수의 활용 (2) 099

04 도함수의 활용 (3) 133

III 적분

01 부정적분 157

02 정적분 173

03 정적분의 활용 202

이투스북

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

I

함수의 극한과 연속

01 함수의 극한

02 함수의 연속

이투스북

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

01 함수의 극한

| 이전 학습 내용 |

함수의 극한은 지금까지 배운 함수와 그 그래프에 대한 이해를 기반으로 한다.

• **일차함수의 그래프** 중2

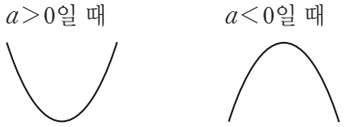
일차함수 $y=mx+n$($m\neq0$, m, n은 상수)의 그래프는 직선이다.

$m>0$일 때 $m<0$일 때

• **이차함수의 그래프** 중3

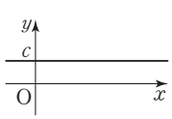
이차함수 $y=ax^2+bx+c$($a\neq0$, a, b, c는 상수)의 그래프는 포물선이다.

$a>0$일 때 $a<0$일 때



• **상수함수의 그래프** 수학 V. 함수와 그래프

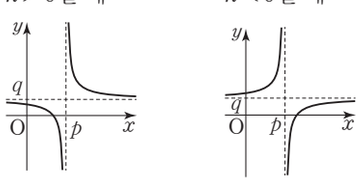
상수함수 $y=c$(c는 상수)의 그래프는 x축에 평행한 직선이다.



• **유리함수의 그래프** 수학 V. 함수와 그래프

유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$($ad-bc\neq0$, $c\neq0$)의 그래프는 $y=\dfrac{k}{x-p}+q$의 꼴로 변형하여 그린다. 이때 점근선의 방정식은 $x=p$, $y=q$이다.

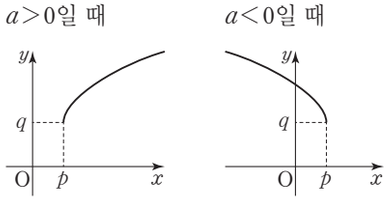
$k>0$일 때 $k<0$일 때



• **무리함수의 그래프** 수학 V. 함수와 그래프

무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$($a>0$)의 그래프는 $y=\sqrt{a(x-p)}+q$의 꼴로 변형하여 그린다.

$a>0$일 때 $a<0$일 때

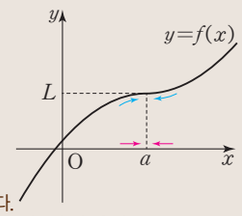


현재 학습 내용

• **함수의 수렴과 발산** 유형01 함수의 수렴과 발산

1. $x\to a$일 때의 함수의 수렴

함수 $f(x)$에서 x의 값이 $x\neq a$이면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 **수렴**한다고 하고, L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 **극한값** 또는 **극한**이라 한다.



'$\lim\limits_{x\to a}f(x)=L$' 또는 '$x\to a$일 때 $f(x)\to L$'

$x=a$에서 함숫값이 존재하지 않아도 $x=a$에서 극한값은 존재할 수 있다.

특히, 상수함수 $f(x)=c$(c는 상수)는 a의 값에 관계없이 다음이 성립한다.

$$\lim_{x\to a}f(x)=\lim_{x\to a}c=c$$

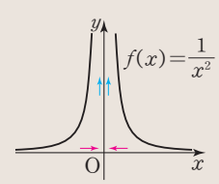
2. $x\to a$일 때의 함수의 발산

∞는 양의 무한대라 읽고, $-\infty$는 음의 무한대라 읽는다.

함수 $f(x)$에서 x의 값이 $x\neq a$이면서 a에 한없이 가까워질 때,

(1) $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 **무한대로 발산**한다고 한다.

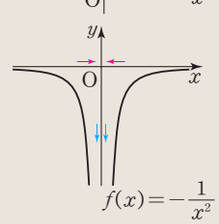
'$\lim\limits_{x\to a}f(x)=\infty$' 또는 '$x\to a$일 때 $f(x)\to\infty$'



(2) $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 **무한대로 발산**한다고 한다.

'$\lim\limits_{x\to a}f(x)=-\infty$' 또는

'$x\to a$일 때 $f(x)\to-\infty$'



∞는 '수'가 아니라 '한없이 커지는 상태'를 의미한다.
따라서 극한값이 ∞, $-\infty$라는 뜻이 아니라
$x=a$에서의 극한값이 존재하지 않는 것이다.

3. $x\to\infty$, $x\to-\infty$일 때의 함수의 수렴과 발산

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 L에 수렴한다고 한다.

'$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=L$' 또는 '$x\to\infty$일 때 $f(x)\to L$'

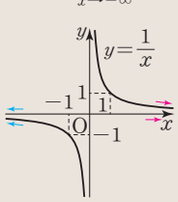
(2) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 M에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 M에 수렴한다고 한다.

'$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=M$' 또는 '$x\to-\infty$일 때 $f(x)\to M$'

(3) 함수 $f(x)$에서 $x\to\infty$ 또는 $x\to-\infty$일 때, $f(x)$의 값이 양의 무한대 또는 음의 무한대로 발산하는 것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

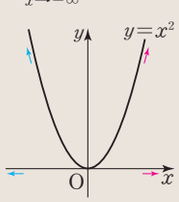
$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty,\quad \lim_{x\to\infty}f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\infty,\quad \lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$$



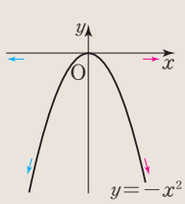
$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x}=0$

(1), (2)의 예



$\lim\limits_{x\to\infty}x^2=\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2=\infty$

(3)의 예



$\lim\limits_{x\to\infty}(-x^2)=-\infty$,
$\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^2)=-\infty$

(3)의 예

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

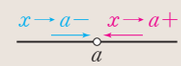
현재 학습 내용

• 우극한과 좌극한

유형 02 함수의 우극한과 좌극한

(1) **우극한**

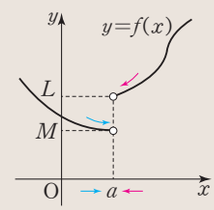
함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 **우극한**이라 한다.



'$\lim_{x \to a+} f(x)=L$' 또는 '$x \to a+$일 때 $f(x) \to L$'

(2) **좌극한**

함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 M에 한없이 가까워지면 M을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 **좌극한**이라 한다.



'$\lim_{x \to a-} f(x)=M$' 또는 '$x \to a-$일 때 $f(x) \to M$'

(3) **극한값의 존재 조건**

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 극한값이 존재하면 $x=a$에서의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 서로 같다.
역으로 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값이 서로 같으면 $x=a$에서의 극한값이 존재한다.

$$\lim_{x \to a} f(x)=L \iff \lim_{x \to a+} f(x)=\lim_{x \to a-} f(x)=L$$

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 우극한과 좌극한이 모두 존재하더라도 $\lim_{x \to a+} f(x) \neq \lim_{x \to a-} f(x)$이면 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$는 존재하지 않는다.

• 함수의 극한에 대한 성질

유형 03 함수의 극한에 대한 성질
유형 04 함수의 극한값의 계산

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x \to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x \to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때,

(1) $\lim_{x \to a} cf(x)=c\lim_{x \to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x \to a} \{f(x) \pm g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)=\alpha \pm \beta$ (복부호동순)

(3) $\lim_{x \to a} f(x)g(x)=\lim_{x \to a} f(x) \times \lim_{x \to a} g(x)=\alpha\beta$

(4) $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ ($g(x) \neq 0$, $\beta \neq 0$)

'함수의 극한에 대한 기본 성질'과 '함수의 극한의 대소 관계'는 $x \to a+$, $x \to a-$, $x \to \infty$, $x \to -\infty$일 때에도 모두 성립한다.
이때 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모두 수렴할 때에만 이용 가능한 것에 주의하자.
또한, 두 성질의 엄밀한 증명은 다루지 않으므로 그래프를 이용하여 직관적으로 이해하자.

• 함수의 극한에 대한 성질의 활용

유형 05 함수의 극한을 이용한 미정계수의 결정
유형 06 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정
유형 08 함수의 극한의 활용

(1) $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수), $\lim_{x \to a} g(x)=0$이면 $\lim_{x \to a} f(x)=0$이다.

(2) $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 0이 아닌 실수), $\lim_{x \to a} f(x)=0$이면 $\lim_{x \to a} g(x)=0$이다.

• 함수의 극한의 대소 관계

유형 07 함수의 극한의 대소 관계

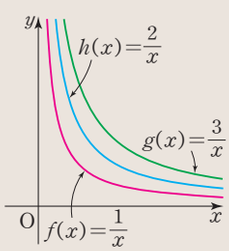
두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x \to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x \to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때,
a에 가까운 모든 실수 x에서

(1) $f(x) \leq g(x)$이면 $\alpha \leq \beta$이다.

(2) 함수 $h(x)$가 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim_{x \to a} h(x)=\alpha$이다.

이는 함수의 대소에 등호가 없을 때에도 성립한다. 즉,
(1) $f(x)<g(x)$이면 $\alpha \leq \beta$이다.
(2) 함수 $h(x)$가 $f(x)<h(x)<g(x)$이고 $\alpha=\beta$이면 $\lim_{x \to a} h(x)=\alpha$이다.

예 세 함수 $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $h(x)=\dfrac{2}{x}$, $g(x)=\dfrac{3}{x}$에서
$f(x)<h(x)<g(x)$이지만
$\lim_{x \to \infty} f(x)=\lim_{x \to \infty} h(x)=\lim_{x \to \infty} g(x)=0$이다.



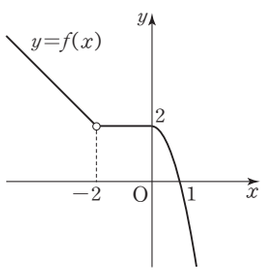
이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형01 함수의 수렴과 발산

함수의 수렴과 발산에는 함수의 그래프를 이용하여 함수의 극한값을 구하거나 극한을 조사하는 문제를 분류하였다.

001

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하시오.



(1) $\lim_{x\to1} f(x)$　　(2) $\lim_{x\to-2} f(x)$

002

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to0}(x+2)$　　(2) $\lim_{x\to1}(-x^2+5)$

003

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x-2}$　　(2) $\lim_{x\to5}\frac{x-5}{x^2-3x-10}$

004

다음 중 극한값을 바르게 구한 것은?

① $\lim_{x\to4}(x-3)=-1$　　② $\lim_{x\to4}\sqrt{2x-6}=2$

③ $\lim_{x\to2}\frac{2x}{x-1}=4$　　④ $\lim_{x\to3}8=3$

⑤ $\lim_{x\to1}\frac{x^2-x}{x-1}=0$

005

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x+2}=1$

ㄴ. $\lim_{x\to\infty}(-2x+1)=\infty$

ㄷ. $\lim_{x\to-\infty}(x^2+x)=\infty$

ㄹ. $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x+1}=-\infty$

① ㄱ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄱ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 02 함수의 우극한과 좌극한

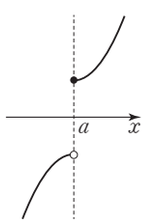
함수의 극한의 뜻과 좌극한, 우극한을 이해하고 주어진 그래프를 해석하여 극한을 조사하는 문제를 분류하였다.

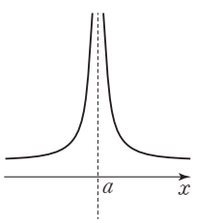
유형 해결 TIP

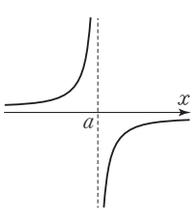
함수가 $x=a$에서 극한값이 존재하더라도 $x=a$에서의 함숫값이 정의되지 않거나 함숫값이 극한값과 다를 수 있음에 주의하자.

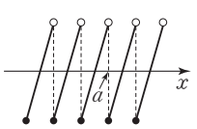
006

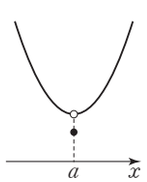
다음 중 $x=a$에서 극한값이 존재하는 함수의 그래프는?

①


②


③


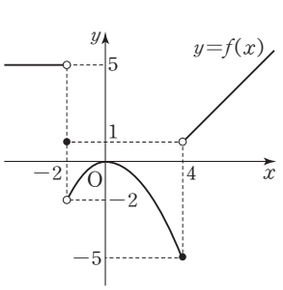
④


⑤


007 빈출

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x\to 4-} f(x)+\lim_{x\to -2+} f(x)$의 값은?

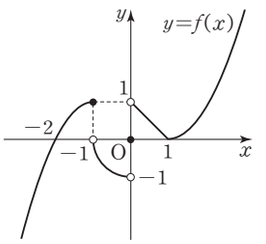


① -1 ② -3 ③ -5
④ -7 ⑤ -9

008

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,

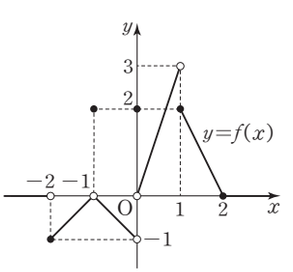
$\lim_{x\to -1-} f(x)+f(0)+\lim_{x\to 0+} f(x)$의 값은?



① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

009

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



세 실수 a, b, c가

$$a=\lim_{x\to -2+} f(x),\ b=\lim_{x\to 0-} f(x),\ c=\lim_{x\to 1+} f(x)$$

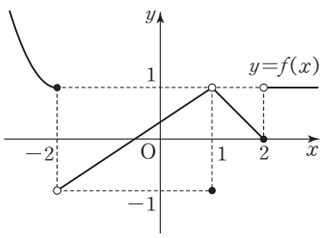
일 때, $a+2b-c$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

010

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $\lim_{x\to 2+} f(x)=0$

ㄴ. $\lim_{x\to 1} f(x)$의 값이 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x\to -2} f(x)$의 값이 존재한다.

ㄹ. $-2<a<2$인 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)$의 값이 존재한다.

① ㄱ ② ㄹ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

011 빈출

함수 $f(x)=\begin{cases} x-3 & (x\geq 4) \\ -x-1 & (x<4) \end{cases}$에 대하여

$\lim_{x\to 4+} f(x)-\lim_{x\to 4-} f(x)$의 값은?

① 8 ② 6 ③ 0
④ -6 ⑤ -8

012

함수

$$f(x)=\begin{cases} 1 & (x<0) \\ 2-x & (0\leq x<1) \\ 3x(x-1) & (x\geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 $\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

013

$\lim_{x\to 2-} \frac{x^2-2x}{|x-2|}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

014 서술형

함수 $f(x)=\frac{x}{|x|}$에 대하여 $\lim_{x\to 0} f(x)$의 값이 존재하는지 함수 $y=f(x)$의 그래프를 이용하여 조사하고, 그 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 03 함수의 극한에 대한 성질

함수의 극한에 대한 성질에는
$x \to a$ 또는 $x \to \infty$ 또는 $x \to -\infty$일 때 두 함수의 극한값이 각각 존재한다면, 두 함수의 합, 차, 곱, 몫, 실수배한 꼴의 새로운 함수도 $x \to a$일 때 극한값이 존재하며(0으로 나누는 경우는 제외), 그 극한값은 두 함수의 극한값을 각각 합, 차, 곱, 몫, 실수배한 값임을 이용하는 문제를 분류하였다.

015 빈출

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 5} f(x)=5$, $\lim_{x \to 5} g(x)=-1$일 때, $\lim_{x \to 5}\{f(x)+2g(x)\}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

016

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 상수이다.)

보기

ㄱ. $\lim_{x \to a} f(x)$와 $\lim_{x \to a} g(x)$가 모두 존재하면 $\lim_{x \to a}\{f(x)+g(x)\}$도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \to a} f(x)$와 $\lim_{x \to a} \frac{g(x)}{f(x)}$가 모두 존재하면 $\lim_{x \to a} g(x)$도 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x \to a} f(x)$와 $\lim_{x \to a} g(x)$가 모두 존재하면 $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

017

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}=3$일 때, $\lim_{x \to 0} \frac{2x+f(x)}{x-f(x)}$의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{5}{2}$

018

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to \infty} f(x)=\infty,\ \lim_{x \to \infty} g(x)=3$$

일 때, $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)g(x)+2}{2f(x)+g(x)}$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

019 빈출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 3} \frac{f(x)}{x-3}=2$, $\lim_{x \to 3} \frac{g(x)}{x-3}=5$가 성립할 때, $\lim_{x \to 3} \frac{2f(x)+3g(x)}{3f(x)-g(x)}$의 값은?

① 15 ② 19 ③ 23
④ 27 ⑤ 31

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 04 함수의 극한값의 계산 $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty-\infty, \infty\times 0\right)$

함수의 극한값의 계산에는
$x\to a$ 또는 $x\to\infty$ 또는 $x\to-\infty$일 때, 함수 $f(x)$의 극한이
$\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, $\infty\times 0$ 꼴인 경우 주어진 식을 적당히 변형하여
극한값을 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

다음을 주의하자.

(1) 유리함수의 극한이 $\frac{0}{0}$ 꼴일 때에는 분자와 분모를 각각 인수분해하여 분모를 0으로 만드는 인수를 약분하여 극한값을 구할 수 있다.

(2) 무리함수의 극한이 $\frac{0}{0}$ 꼴일 때에는 분자 또는 분모를 유리화하여 분모를 0으로 만드는 인수를 약분하여 극한값을 구할 수 있다.

020

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$

(2) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{x^2+x-12}$

(3) $\lim_{x\to -1}\frac{2x^3-x^2-5x-2}{x+1}$

021

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

(2) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{3-\sqrt{9-x}}$

022

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to 2}(x-2)\left(\frac{1}{x^2-4}+5\right)$

(2) $\lim_{x\to 5}(\sqrt{x}-\sqrt{5})\left(1-\frac{1}{x-5}\right)$

(3) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{x+5}\right)$

023

다음 극한을 조사하시오.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{3x^2+x}$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{7x^2-3x+1}{(2x+1)^2}$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-10}{x^2+5x+4}$

024

$\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}-1}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

025

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-x)$

(2) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+3x+1}-\sqrt{x^2-3x-1})$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 05 함수의 극한을 이용한 미정계수의 결정

구간이 나누어진 함수 또는 $\frac{0}{0}$ 꼴의 유리함수에 미정계수가 포함되어 있을 경우 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 미정계수를 구하는 문제를 분류하였다.

026 빈출

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-x-6 & (x\geq 4) \\ -2x+k & (x<4) \end{cases}$에 대하여 $\lim_{x\to 4} f(x)$의 값이 존재할 때, 상수 k의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

027

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x^2+5 & (x\geq -1) \\ 3x^2-ax+b & (x<-1) \end{cases}$에 대하여 $\lim_{x\to -1} f(x)$의 값이 존재할 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

028

$\lim_{x\to -2} \frac{x^2+ax+b}{x+2}=5$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

029

$\lim_{x\to -1} \frac{x^2+ax+b}{x^3+1}=2$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

030 빈출

$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+a}+b}{x-3}=\frac{1}{8}$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① 11 ② 14 ③ 17
④ 20 ⑤ 23

031

함수 $f(x)=\begin{cases} \frac{a\sqrt{x}-b}{x-1} & (x<1) \\ c & (x\geq 1) \end{cases}$에 대하여 $\lim_{x\to 1} f(x)=f(0)+1$일 때, $a+b+c$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 06 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정

다항함수에 대하여 몇 개의 극한값이 주어졌을 때, 조건을 해석하여 다항함수의 차수와 계수를 추론하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음이 성립한다.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\pm\infty$이면 ($f(x)$의 차수)$>$($g(x)$의 차수)

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=0$이면 ($f(x)$의 차수)$<$($g(x)$의 차수)

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\alpha$($\alpha$는 0이 아닌 실수)이면
($f(x)$의 차수)$=$($g(x)$의 차수)이고, 극한값은 분자와 분모의 최고차항의 계수의 비이다.

이를 적용하면 다항함수의 차수와 최고차항의 계수를 알아낼 수 있다.

032

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=2$일 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+xf(x)}{2x^2-f(x)}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

033 빈출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{(2x+1)g(x)}$의 값은?

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{4x^2-3x}=\frac{1}{2}$
(나) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x-5}{g(x)}=1$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

유형 07 함수의 극한의 대소 관계

함수의 극한의 대소 관계를 이용하여 함수의 극한값을 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

함수의 극한의 대소 관계는 $x\to a$ 뿐만 아니라 $x\to\infty$ 또는 $x\to-\infty$일 때에도 성립함을 알아두자.

034

함수 $f(x)$가 $x>-1$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $2x^2-x-5\le f(x)\le 2x^2+4x$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to-1+}f(x)$의 값은?

① -8 ② -4 ③ -2
④ 0 ⑤ 2

035

모든 양수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 다음 부등식을 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}f(x)$의 값을 구하시오.

(1) $\frac{4x^2+5x}{2x^2+3}\le f(x)\le\frac{2x^2+6x}{x^2}$

(2) $5x-1<xf(x)<\frac{10x^2-2x+1}{2x-1}$

036

모든 양수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 부등식 $8x^2-x-2\le f(x)\le 8x^2+7x$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2+2x}$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

037 빈출

모든 양수 x에 대하여 함수 $f(x)$가 부등식 $6x<f(x)<6x+5$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{x^2+2x+5}$의 값은?

① 30 ② 32 ③ 34
④ 36 ⑤ 38

유형 08 함수의 극한의 활용

함수의 극한의 활용에는
(1) 도형의 성질을 이용하여 선분의 길이 또는 점의 좌표를 문자로 표현하여 극한값을 구하는 문제
(2) 새롭게 정의된 함수의 식을 세워 그래프를 그리거나 극한값을 구하는 문제
를 분류하였다.

038

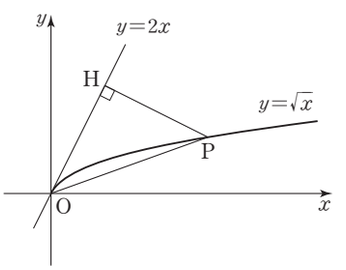
곡선 $y=x^3$ 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ a^3)$과 $\mathrm{A}(3,\ 27)$에 대하여 직선 AP와 수직인 직선의 기울기를 $f(a)$라 할 때, $\lim_{a\to3}f(a)$의 값은?

① $-\frac{1}{15}$ ② $-\frac{1}{18}$ ③ $-\frac{1}{21}$
④ $-\frac{1}{24}$ ⑤ $-\frac{1}{27}$

039

그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ \sqrt{t})$에서 직선 $y=2x$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{OH}}^2}{\overline{\mathrm{OP}}^2}$의 값은?

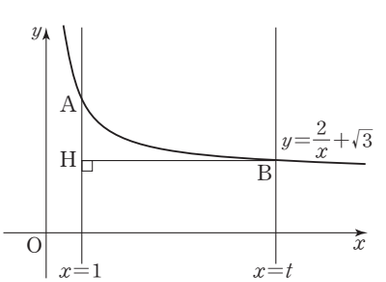
(단, O는 원점이다.)



① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{6}{15}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

040

그림과 같이 곡선 $y=\frac{2}{x}+\sqrt{3}\ (x>0)$과 두 직선 $x=1$, $x=t$의 교점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 직선 $x=1$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\lim_{t\to1+}\frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{BH}}}$의 값은? (단, $t>1$)



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 함수의 수렴과 발산

041

다음 극한을 조사하시오.

(1) $\lim_{x\to3}\left(-\frac{1}{|x-3|}\right)$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{|x-1|}$

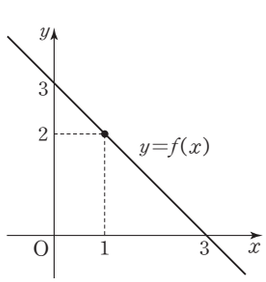
유형 02 함수의 우극한과 좌극한

042 서술형

$\lim_{x\to-3-}\frac{|x^2-9|}{x+3}$의 값을 그래프를 이용하여 구하고, 그 과정을 서술하시오.

043

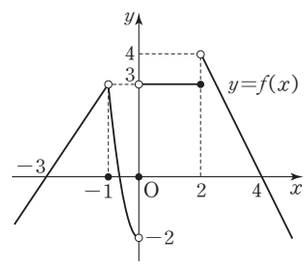
함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x\to0+}f(x+1)$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

044

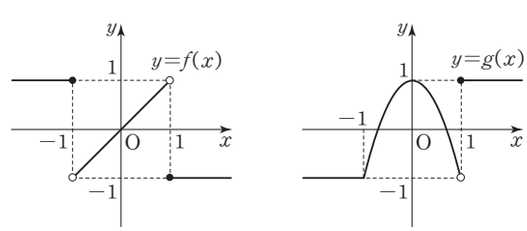
함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{x\to0-}f(-x)+\lim_{x\to3+}f(x-1)$의 값은?



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

045

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 물음에 답하시오.



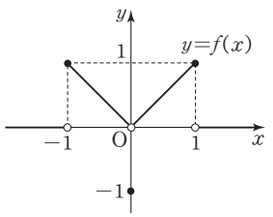
(1) $\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to1-}g(x)$의 값을 구하시오.

(2) $\lim_{x\to0+}f(g(x))$의 값을 구하시오.

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

046

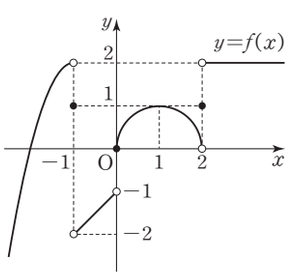
함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,
$\lim_{x\to1+} f(f(x))+\lim_{x\to0-} f(-x-1)$의 값은?



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

047

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,
$\lim_{x\to2+} f(f(x))+\lim_{x\to0-} f(f(x))$의 값은?

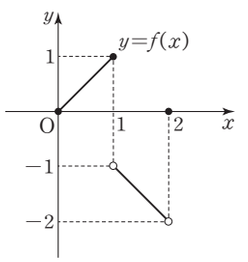


① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

048

평가원기출

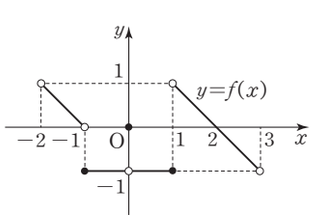
정의역이 $\{x\,|\,-2\le x\le2\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 $0\le x\le2$에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다. $\lim_{x\to-1+} f(x)+\lim_{x\to2-} f(x)$의 값은?



① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

049

정의역이 $\{x\,|\,-2<x<3\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. $g(x)=\frac{x}{|x|}$에 대하여 $\lim_{x\to-1-} g(f(x))+\lim_{x\to1+} f(f(x))$의 값은?

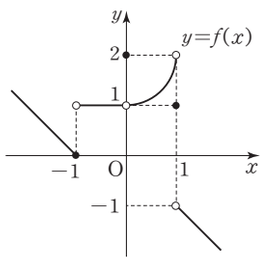


① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

050

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $g(x)=2-x^2$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것의 개수는?



보기

ㄱ. $\lim_{x\to-1+} f(g(x))=1$

ㄴ. $\lim_{x\to1+} f(f(x))=0$

ㄷ. $\lim_{x\to0-} f(f(x))=1$

ㄹ. $\lim_{x\to\sqrt{2}-} f(g(x))=-1$

ㅁ. $\lim_{x\to-1-} g(f(x))=2$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

051

두 함수 $f(x)=\dfrac{4x}{3x+|x|}$, $g(x)=-x^2$에 대하여 $\lim_{x\to0} f(g(x))$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

052

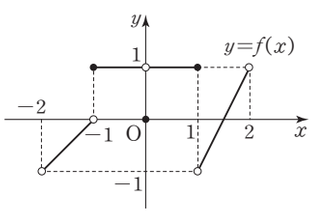
함수 $f(x)=\begin{cases} 1 & (x<-1) \\ x & (-1\le x<1) \\ 3-x & (x\ge1) \end{cases}$에 대하여

$\lim_{x\to1+} f(f(x))+\lim_{x\to-1-} f(f(x))$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

053

정의역이 $\{x\,|\,-2<x<2\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. $g(x)=[x]-x$에 대하여 $\lim_{x\to-1-} f(g(x))+\lim_{x\to1+} g(f(x))$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



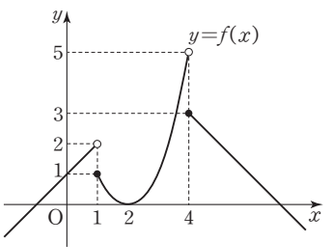
① 5 ② 4 ③ 3
④ 2 ⑤ 1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

054

평가원기출

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{t\to\infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right)+\lim_{t\to-\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

유형 03 함수의 극한에 대한 성질

055

| 선행 016 |

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 상수이다.)

보기

ㄱ. $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$가 모두 존재하면 $\lim_{x\to a} g(x)$도 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$와 $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}$가 모두 존재하면 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.

ㄷ. $\lim_{x\to a}(x-a)f(x)$와 $\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{x-a}$가 모두 존재하면 $\lim_{x\to a} f(x)g(x)$가 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

056

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x\to 2} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to 2} g(x)=\beta$ $(\alpha>\beta)$이고

$\lim_{x\to 2}\{f(x)+g(x)\}=1$, $\lim_{x\to 2} f(x)g(x)=-\frac{3}{4}$일 때,

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)+1}{2g(x)-3}$의 값은? (단, α, β는 상수이다.)

① $-\frac{3}{8}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ -1
④ $-\frac{11}{8}$ ⑤ $-\frac{7}{4}$

057

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때 $f(x)+g(x)=2x^2-1$,

$x>0$일 때 $f(x)-g(x)=x^2+x+4$

이다. $\lim_{x\to 0} f(x)=3$일 때, $\lim_{x\to 0-} g(x)\times\lim_{x\to 0+} g(x)$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

058 빈출

| 선행 017 |

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x-1)}{x-1}=3$일 때, $\lim_{x\to0}\frac{2x^2-3f(x)}{5x-2f(x)}$의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

059

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to3}\frac{f(x-3)}{x^2-3x}=4$일 때, $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

060

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=3$일 때,

$\lim_{x\to3}\frac{x^2-9-f(x-3)}{x^2-9+f(x-3)}$의 값을 구하시오.

061 빈출

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty,\ \lim_{x\to\infty}\{f(x)-2g(x)\}=5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-6g(x)}{-f(x)+4g(x)}$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

062

삼차함수 $f(x)$와 다항함수 $g(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\{2f(x)-3g(x)\}=10$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{7f(x)-3g(x)}{3g(x)}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

063

평가원기출

다항함수 $g(x)$에 대하여 극한값 $\lim_{x\to1}\frac{g(x)-2x}{x-1}$가 존재한다.

다항함수 $f(x)$가 $f(x)+x-1=(x-1)g(x)$를 만족시킬 때,

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)g(x)}{x^2-1}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

064

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to-2}\frac{f(x+2)}{x^2-2x-8}=3$일 때,

$\lim_{x\to0}\frac{xf(x)-f(x)}{2x^2-6x}$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

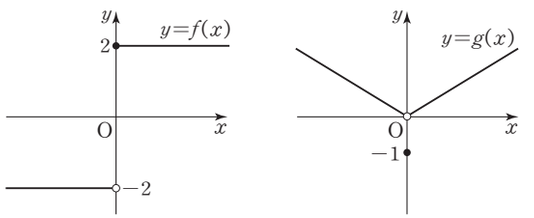
065

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to4}\frac{f(x)}{x-4}=6$일 때, $\lim_{x\to2}\frac{f(x^2)}{f(x^3-2x)}$의 값은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{8}{5}$ ⑤ 2

066

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은?



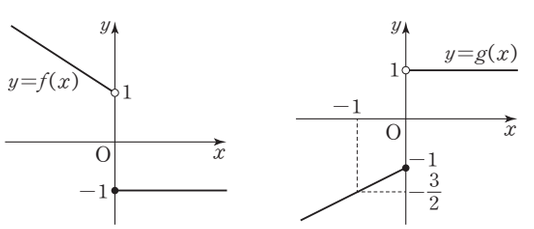
보기

ㄱ. $\lim_{x\to0}\{f(x)-g(x)\}$
ㄴ. $\lim_{x\to0}[\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2]$
ㄷ. $\lim_{x\to0}f(x)g(x)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

067 빈출

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $\lim_{x\to0}f(x)g(x)$
ㄴ. $\lim_{x\to0}\frac{g(x)}{f(x)}$
ㄷ. $\lim_{x\to0}(g\circ f)(x)$

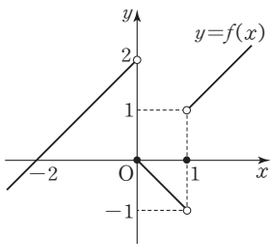
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

068

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x\to1+} f(1-x)+\lim_{x\to1-}(x^2+1)f(x)$의 값은?

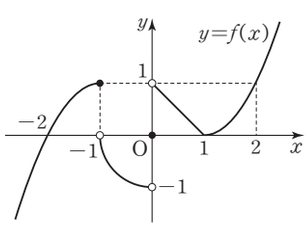


① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

069

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x\to1+}\{f(x)+f(-x)\}+\lim_{x\to1-} f(x+1)f(1-x)$의 값은?

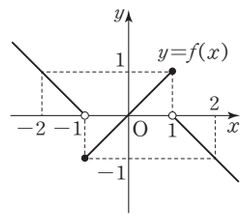


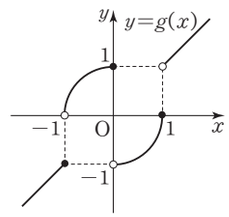
① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

070

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x\to0+} f(x+2)g(-1-x)+\lim_{x\to1-} g(f(x))$의 값은?



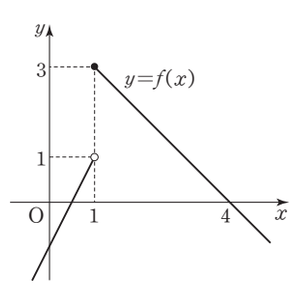


① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

071

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x<1) \\ -x+4 & (x\geq1) \end{cases}$의 그래프가 그림과 같을 때,

$\lim_{x\to a}(x^2+2x-8)f(x-1)=0$을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은?



① $\frac{3}{2}$　② 3　③ $\frac{9}{2}$　④ 6　⑤ $\frac{15}{2}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

072

어떤 정수 n에 대하여 $\lim_{x \to n} \frac{[x]^2+3x}{[x]}=k$일 때, 상수 k의 값은?

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

유형 04 함수의 극한값의 계산 $\left(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty-\infty, \infty \times 0\right)$

073

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2+3x}{1-\sqrt{x+1}}$

(2) $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{16x^2+1}-2}{\sqrt{4x^2-1}+2x}$

(3) $\lim_{x \to \infty} \sqrt{x}(\sqrt{5x+2}-\sqrt{5x-2})$

074

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)$

(2) $\lim_{x \to 3} \frac{1}{x-3}\left(\frac{1}{\sqrt{x+6}}-\frac{1}{3}\right)$

075

다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x+1}{-x-5}$

(2) $\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+2}-7x}{3x+1}$

유형 05 함수의 극한을 이용한 미정계수의 결정

076

| 선행 026 |

함수 $f(x)=\begin{cases} tx-3 & (x<3) \\ -(x-t)^3+6 & (x \geq 3) \end{cases}$에 대하여

$\lim_{x \to 3} f(x)$의 값이 존재할 때, 정수 t의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

077

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+1 & (|x| \geq 1) \\ -2x+b & (|x|<1) \end{cases}$가

$\lim_{x \to 1} f(x)=\lim_{x \to 2} f(x)$를 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

078

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 0+} f(x)=\infty$, $\lim_{x\to 0-} f(x)=0$이고, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+k}{f(x)-2}$의 값이 존재할 때, 상수 k의 값을 구하시오.

079

$\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{b}\right)=-\frac{1}{4}$을 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $b>0$)

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

080

$\lim_{x\to -\infty}(\sqrt{ax^2+2x}+2x)=b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 8

081

$\lim_{x\to a}\frac{x^2-a^2}{x-a}=6$, $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+ax}-\sqrt{x^2+bx})=6$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $\frac{b}{a}$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

082

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=10$일 때, $\lim_{x\to -5}\frac{f(x+5)-ax+b}{x^2-25}=5$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -160 ② -200 ③ -240
④ -280 ⑤ -320

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 06 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정

083

함수 $f(x)=\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}$에 대하여 $\lim_{x\to2}f(x)=c$이고, $\lim_{x\to1}\dfrac{1}{|f(x)|}=\infty$일 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

084

함수 $f(x)=\dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{x^2-4}$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}f(x)=3$, $\lim_{x\to2}f(x)=2$가 성립하도록 하는 네 상수 a, b, c, d의 값을 각각 구하시오.

085 빈출 서술형

| 선행 033 |

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^2-2x}=5$, $\lim_{x\to1}\dfrac{f(x)}{x-1}=2$를 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

086 빈출

다음 조건을 만족시키는 이차함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to2}\dfrac{f(x)}{x-2}$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to2}\dfrac{x-2}{f(x)}$는 0이 아닌 일정한 값을 갖는다.
(나) $\lim_{x\to1}\dfrac{f(x)}{x-1}=-4$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

087

평가원기출

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=0,\ \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=5$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x)=x$의 한 근이 -2일 때, $f(1)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

088

선생님 Pick! 평가원기출

상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 최댓값은?

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)g(x)}{x^3}=2$
(나) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)g(x)}{x^2}=-4$

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

089

선생님 Pick! 평가원기출

다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

090

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3-3x^2+3x-1}=1,\ \lim_{x\to 3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}=4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

091

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to\infty}\{\sqrt{f(x)}-x\}=5$를 만족시키고 $f(0)=2$일 때, $f(3)$의 값은?

① 41 ② 38 ③ 35
④ 32 ⑤ 29

092

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

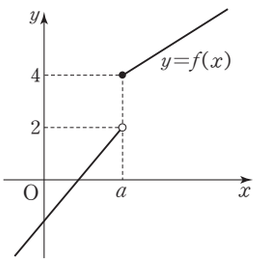
(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.
(나) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=2$

부등식 $f(x)\le 0$을 만족시키는 자연수 x의 개수가 3일 때, $f(4)$의 최댓값은?

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

093

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 다항함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^2}=1$이고 $\lim_{x\to a}g(f(x))$의 값이 존재할 때, 함수 $g(x)$의 최솟값을 나타낸 것은? (단, a는 상수이다.)



① $g(0)$ ② $g(1)$ ③ $g(2)$
④ $g(3)$ ⑤ $g(4)$

유형 07 함수의 극한의 대소 관계

094

| 선행 037 |

임의의 실수 x에 대하여 $|f(x)|<2$일 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+f(x)}{2x^2+3}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

095

두 함수 $f(x)=\frac{3x+5}{2x+1}$와 $g(x)$가 $x<-\frac{1}{2}$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\le g(x)\le 3-f(x)$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to-\infty} g(x)$의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

096

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to\infty} x^2 f(x)=3$이면 $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$이다.

ㄴ. $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}=1$이고, $\lim_{x\to\infty} g(x)=\infty$이면 $\lim_{x\to\infty} \{f(x)-g(x)\}=0$이다.

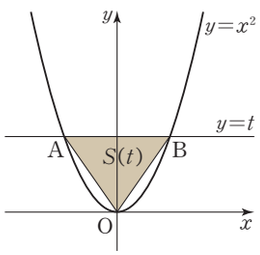
ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)<g(x)<f(x+2)$이고, $\lim_{x\to\infty} f(x)=1$이면 $\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x}=0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 08 함수의 극한의 활용

097

그림과 같이 함수 $y=x^2$의 그래프와 직선 $y=t$ $(t>0)$의 교점을 각각 A, B라 하고, 삼각형 AOB의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to16} \frac{S(t)-64}{\sqrt{t}-4}$의 값은? (단, O는 원점이다.)



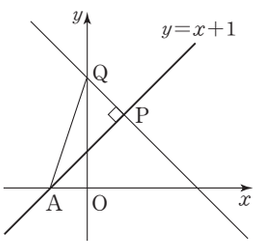
① 44 ② 46 ③ 48
④ 50 ⑤ 52

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

098

평가원기출

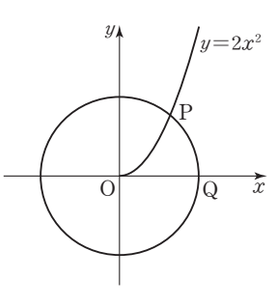
그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다. 점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 값은?



① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

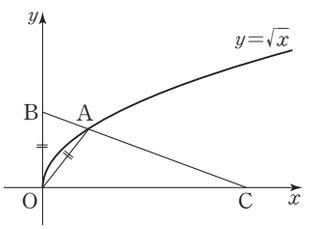
099

그림과 같이 원점 O를 중심으로 하고, 곡선 $y=2x^2\ (x>0)$ 위의 점 P를 지나는 원이 x축과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 Q라 하자. 점 P가 원점 O에 한없이 가까워질 때, 직선 PQ의 y절편이 한없이 가까워지는 값을 구하시오.



100

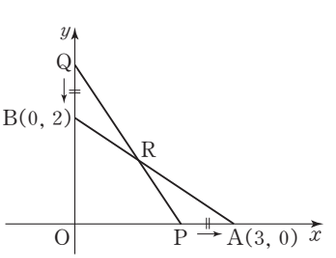
그림과 같이 함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프 위의 점 $\mathrm{A}(t,\ \sqrt{t})$에 대하여 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$인 y축 위의 점 B를 잡고, 직선 AB와 x축과의 교점을 C라 하자. $\lim_{t\to0+}\overline{\mathrm{OC}}$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① 2　② 5　③ 8　④ 11　⑤ 14

101

x축 위의 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$, y축 위의 점 $\mathrm{B}(0,\ 2)$가 있다. 그림과 같이 x축 위의 점 P, y축 위의 점 Q가 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BQ}}$를 만족시키며 각각 점 A와 점 B에 한없이 가까워질 때, 두 직선 AB, PQ의 교점 R가 한없이 가까워지는 점의 좌표는? (단, 점 P의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 작고, 점 Q의 y좌표는 점 B의 y좌표보다 크다.)



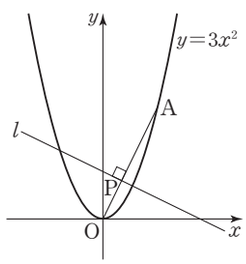
① $\left(\frac{3}{5},\ \frac{8}{5}\right)$　② $\left(1,\ \frac{8}{5}\right)$　③ $\left(\frac{7}{5},\ \frac{16}{15}\right)$　④ $\left(\frac{9}{5},\ \frac{4}{5}\right)$　⑤ $\left(\frac{9}{5},\ \frac{2}{5}\right)$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

102

그림과 같이 함수 $y=3x^2$의 그래프 위를 움직이는 점 $\mathrm{A}(t,\ 3t^2)(t>0)$에 대하여 선분 OA를 $2:3$으로 내분하는 점 P를 지나고 선분 OA에 수직인 직선 l의 x절편과 y절편을 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{t^2f(t)-g(t)}{f(t)g(t)}$의 값은?

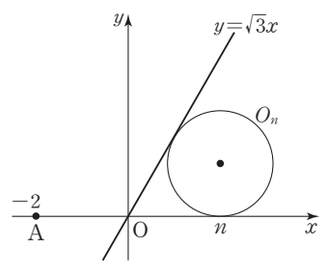
(단, O는 원점이다.)



① $\frac{5}{6}$　② $\frac{7}{6}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{11}{6}$　⑤ $\frac{13}{6}$

103

그림과 같이 자연수 n에 대하여 원 O_n은 직선 $y=\sqrt{3}x$와 접하고 x축과 점 $(n,\ 0)$에서 접한다. 원 O_n 위를 움직이는 임의의 점과 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$ 사이의 거리의 최솟값을 $f(n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{n}$의 값은? (단, 원 O_n의 중심은 제1사분면 위에 있다.)



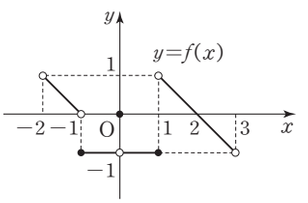
① $\frac{\sqrt{3}}{3}$　② $\frac{\sqrt{3}}{4}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{7}$

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

정의역이 $\{x \mid -2<x<3\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. (조건①)

$g(x)=\dfrac{x}{|x|}$에 대하여 $\lim_{x\to-1-} g(f(x))+\lim_{x\to1+} f(f(x))$의 값은? (조건②) (답)



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

유형02 함수의 우극한과 좌극한 049

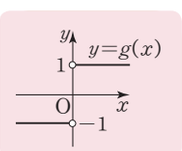
스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1단계

조건
- ② 함수 $g(x)=\dfrac{x}{|x|}$의 그래프
- ① 함수 $y=f(x)$의 그래프

→



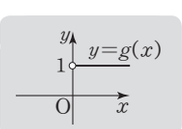
$x>0$일 때 $g(x)=\dfrac{x}{x}=1$

$x<0$일 때 $g(x)=\dfrac{x}{-x}=-1$

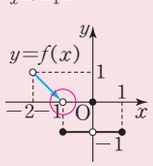
$\therefore g(x)=\begin{cases} 1 & (x>0) \\ -1 & (x<0) \end{cases}$

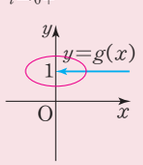
2단계

조건
- ② 함수 $g(x)=\dfrac{x}{|x|}$의 그래프
- ① 함수 $y=f(x)$의 그래프



(i) $\lim_{x\to-1-} f(x)=0+$ (ii) $\lim_{t\to0+} g(t)=1$



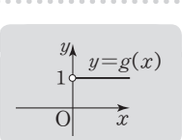


→ $\lim_{x\to-1-} g(f(x))=1$

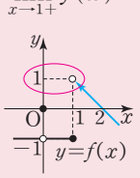
$g(f(x))$에서 $f(x)=t$라 하면 x의 값이 -1보다 작은 쪽에서 -1로 한없이 가까워질 때, $f(x)=t$의 값은 0보다 큰 쪽에서 0으로 한없이 가까워진다.
즉, $x\to-1-$일 때 $t\to0+$이다.
$\therefore \lim_{x\to-1-} g(f(x))=\lim_{t\to0+} g(t)=1$

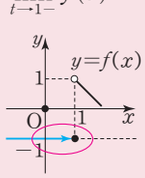
3단계

조건
- ② 함수 $g(x)=\dfrac{x}{|x|}$의 그래프
- ① 함수 $y=f(x)$의 그래프



(i) $\lim_{x\to1+} f(x)=1-$ (ii) $\lim_{t\to1-} f(t)=-1$





→ $\lim_{x\to1+} f(f(x))=-1$

$\lim_{x\to-1-} g(f(x))=1$

$f(f(x))$에서 $f(x)=t$라 하면 x의 값이 1보다 큰 쪽에서 1로 한없이 가까워질 때, $f(x)=t$의 값은 1보다 작은 쪽에서 1로 한없이 가까워진다.
즉, $x\to1+$일 때 $t\to1-$이다.
$\therefore \lim_{x\to1+} f(f(x))=\lim_{t\to1-} f(t)=-1$
$\therefore \lim_{x\to-1-} g(f(x))+\lim_{x\to1+} f(f(x))$
$=1+(-1)=0$

답 $\lim_{x\to-1-} g(f(x))+\lim_{x\to1+} f(f(x))$의 값 → 0

답 ③

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

다항함수 $f(x)$가 $\underbrace{\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3-3x^2+3x-1}=1}_{\text{조건①}}$, $\underbrace{\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}=4}_{\text{조건②}}$를 만족시킬 때, $\underbrace{f(2)\text{의 값}}_{\text{답}}$은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

유형 06 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정 090

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
① $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3-3x^2+3x-1}=1$ → $f(x)$: 최고차항의 계수가 2인 삼차함수
② $\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}=4$

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3-3x^2+3x-1}=1$
이므로 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 2인 삼차함수이다.

2 단계

조건
① $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3-3x^2+3x-1}=1$ — $f(x)$: 최고차항의 계수가 2인 삼차함수
② $\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}=4$ → $f(x)=(x-3)^2(2x+a)$

$\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}=4$ …… ㉠
로 극한값이 존재하고, $x\to3$일 때 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이다.
즉, $\lim_{x\to3}f(x)=0$이므로 $f(3)=0$
이고 $\frac{f(x)}{(x-3)^2}$에서 분모를 0으로 만드는 식이 모두 소거되어야 하므로 $f(x)$는 $(x-3)^2$을 인수로 갖는다.
따라서 $f(x)=(x-3)^2(2x+a)$ 꼴로 놓을 수 있다. (단, a는 상수)

3 단계

조건
① $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3-3x^2+3x-1}=1$ — $f(x)$: 최고차항의 계수가 2인 삼차함수
② $\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}=4$ — $f(x)=(x-3)^2(2x+a)$

$\lim_{x\to3}(2x+a)=4$, $a=-2$ → $f(x)=(x-3)^2(2x-2)$

답 $f(2)$의 값 → 2

$f(x)=(x-3)^2(2x+a)$를 ㉠에 대입하여 정리하면
$\lim_{x\to3}\frac{f(x)}{(x-3)^2}$
$=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)^2(2x+a)}{(x-3)^2}$
$=\lim_{x\to3}(2x+a)=a+6=4$
$\therefore a=-2$
따라서 $f(x)=(x-3)^2(2x-2)$
이므로
$f(2)=(-1)^2\times2=2$

답 ①

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

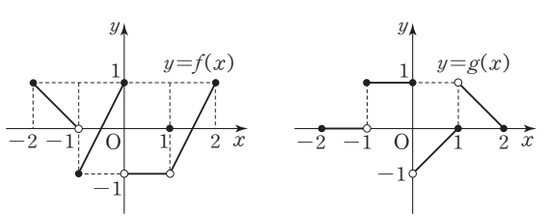
104

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-1} & (x>1) \\ -x^2-2x+2 & (x\le 1) \end{cases}$의 그래프가 직선 $y=k$와 만나는 점의 개수를 $g(k)$라 할 때, $\lim_{k\to -1-} g(k)+\lim_{k\to 3-} g(g(k))$의 값은? (단, k는 실수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

105

모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+4)$, $g(x)=g(x+4)$인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프가 $-2\le x\le 2$에서 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것의 개수는?



보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)g(x)=1$
ㄴ. $\lim_{x\to 1}\{f(x)-g(x)\}=0$
ㄷ. $\lim_{x\to 1} g(f(x))=1$
ㄹ. $\lim_{t\to -\infty} f\left(\dfrac{6t+1}{t-1}\right)=1$
ㅁ. $\lim_{x\to 4+}\{f(-x)+g(-x)\}=0$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

106

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\{\sqrt{f(x)}-2x\}$의 값이 존재한다.
(나) $\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)-2}{x-1}=3$

$f(2)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

107

| 선행 089 |

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x^5}=0$
(나) $\lim_{x\to\infty} xf\left(\dfrac{1}{x}\right)=2$
(다) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-2x^4}{x^{n+1}+1}=2$, $\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x^n-1}=3$인 자연수 n이 존재한다.

$f(-1)$의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

108

| 선행 061 |

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to 0} g(x)=7$
> (나) 모든 실수 x에 대하여 $x+f(x)=g(x)\{x-f(x)\}$이다.

$\lim_{x\to 0}\frac{2x+f(x)}{x^2-f(x)}$의 값은?

① -4 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$
④ $-\frac{19}{6}$ ⑤ -3

109

두 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$,
$g(x)=cx^3+bx^2+ax+1$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(2)=0$, $g(3)=0$
> (나) $k\neq 3$인 임의의 실수 k에 대하여 $\lim_{x\to k}\frac{f(x)}{g(x)}$의 값이 존재한다.

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-g(x)}{x-1}$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ -1
④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

110

평가원기출

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0+}\frac{x^3f\left(\frac{1}{x}\right)-1}{x^3+x}=5,\ \lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x^2+x-2}=\frac{1}{3}$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

111

평가원기출

최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(1)=0$
> (나) $\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{g(x)}=(n-1)(n-2)$ (단, $n=1, 2, 3, 4$)

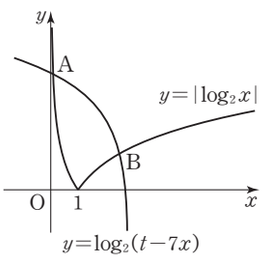
$g(5)$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

112

그림과 같이 $t>8$인 실수 t에 대하여 두 곡선 $y=|\log_2 x|$와 $y=\log_2(t-7x)$의 두 교점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B의 y좌표를 각각 y_1, y_2라 하고, $f(t)=2^{|y_1-y_2|}$라 할 때, $\lim_{t\to\infty} f(t)$의 값을 구하시오.



113

세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{3}$, $\lim_{x\to\infty}\left\{g(x)-\frac{1}{2}\right\}$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to\infty}\{f(x)+g(x)\}$의 값이 존재한다.

ㄴ. $f(x)<g(x)<h(x)$이고 $\lim_{x\to\infty}\{h(x)-f(x)\}=0$이면 $\lim_{x\to\infty} g(x)$는 수렴한다.

ㄷ. $x>0$인 모든 실수 x에 대하여 $x^2<f(x)<x^2+2x$가 성립할 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x}{\sqrt{4x^4+1}}=\frac{1}{2}$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

114

평가원기출

양수 x에 대하여 x보다 작은 자연수 중에서 소수의 개수를 $f(x)$라 하고, 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x>2f(x)) \\ \dfrac{1}{f(x)} & (x\le 2f(x)) \end{cases}$$

라 하자. 예를 들어, $f\left(\frac{7}{2}\right)=2$이고 $\frac{7}{2}<2f\left(\frac{7}{2}\right)$이므로 $g\left(\frac{7}{2}\right)=\frac{1}{2}$이다. $\lim_{x\to 8+} g(x)=\alpha$, $\lim_{x\to 8-} g(x)=\beta$라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$의 값을 구하시오. (단, α, β는 실수이다.)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

02 함수의 연속

| 이전 학습 내용 |

• **극한값의 존재 조건** 01 함수의 극한

$\lim_{x\to a} f(x)=L$

$\Longleftrightarrow \lim_{x\to a+} f(x)=\lim_{x\to a-} f(x)=L$

현재 학습 내용

• **함수의 연속과 불연속** 유형 01 함수의 연속과 불연속

1. 구간

두 실수 a, b $(a<b)$에 대하여 다음 집합을 **구간**이라 한다.

구간	$\{x\mid a\le x\le b\}$	$\{x\mid a\le x<b\}$	$\{x\mid a<x\le b\}$	$\{x\mid a<x<b\}$
기호	$[a, b]$	$[a, b)$	$(a, b]$	(a, b)
	a b	a b	a b	a b

구간	$\{x\mid x\le a\}$	$\{x\mid x<a\}$	$\{x\mid x\ge a\}$	$\{x\mid x>a\}$	$\{x\mid x$는 실수$\}$
기호	$(-\infty, a]$	$(-\infty, a)$	$[a, \infty)$	(a, ∞)	$(-\infty, \infty)$
	a	a	a	a	

이때 $[a, b]$를 **닫힌구간**, (a, b)를 **열린구간**, $[a, b)$, $(a, b]$를 **반닫힌 구간** 또는 **반열린 구간**이라 한다. $(-\infty, \infty)$, $(-\infty, a)$, (a, ∞)도 열린구간이다.

2. $x=a$에서 함수의 연속

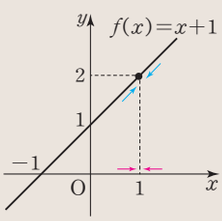
(1) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여

① $x=a$에서 정의되어 있고 함숫값 $f(a)$ 존재

② 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재하고 (좌극한)=(우극한)

③ $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$ (극한값)=(함숫값)

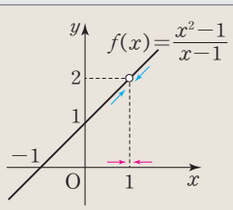
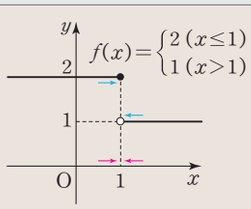
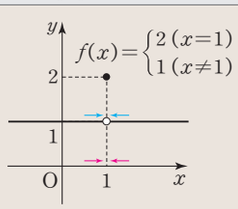
일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 **연속**이라 한다.



$\lim_{x\to 1} f(x)=f(1)$이므로 $x=1$에서 연속

(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아닐 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 **불연속**이라 한다.

즉, 함수 $f(x)$가 위의 세 조건 중 어느 하나라도 만족시키지 않으면 $x=a$에서 불연속이다.

$f(a)$가 존재하지 않는다.	극한값이 존재하지 않는다.	$\lim_{x\to a} f(x)\ne f(a)$
		
$f(1)$이 존재하지 않으므로 $x=1$에서 불연속	$\lim_{x\to 1} f(x)$가 존재하지 않으므로 $x=1$에서 불연속	$\lim_{x\to 1} f(x)\ne f(1)$이므로 $x=1$에서 불연속

$x=a$에서 연속인 함수의 그래프는 $x=a$에서 끊어져 있지 않고 연결되어 있다.

3. 구간에서 함수의 연속 (연속함수)

(1) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에 속하는 모든 실수에 대하여 연속일 때, $f(x)$는 그 구간에서 연속 또는 그 구간에서 **연속함수**라 한다.

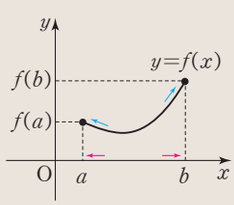
(2) 함수 $f(x)$가 두 실수 a, b $(a<b)$에 대하여

① 열린구간 (a, b)에서 연속이고

② $\lim_{x\to a+} f(x)=f(a)$, $\lim_{x\to b-} f(x)=f(b)$

일 때, 함수 $f(x)$는 **닫힌구간 $[a, b]$에서 연속**이라 한다.

반열린 구간이나 구간 $(-\infty, a)$, $(-\infty, a]$, (a, ∞), $[a, \infty)$에서의 연속도 같은 방법으로 정의한다.



이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

| 이전 학습 내용 |

• **함수의 극한에 대한 성질** 01 함수의 극한

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

① $\lim_{x\to a} cf(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

② $\lim_{x\to a} \{f(x)\pm g(x)\}=\alpha\pm\beta$ (복부호동순)

③ $\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\alpha\beta$

④ $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq 0$, $\beta\neq 0$)

현재 학습 내용

• **연속함수의 성질** — 유형 02 연속함수의 성질과 판정 / 유형 03 함수의 연속을 이용한 미정계수의 결정

1. 연속함수의 성질

이 성질에 의하여 다항함수는 연속함수이다.

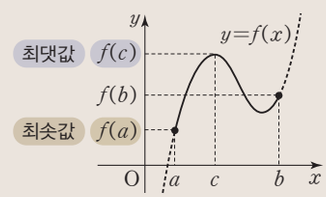
두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.

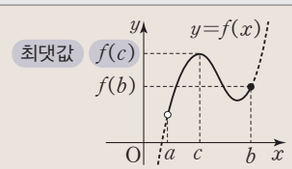
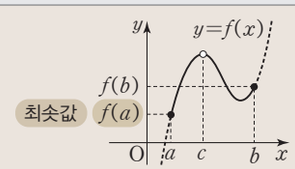
① $cf(x)$ (단, c는 상수)　　② $f(x)\pm g(x)$

③ $f(x)g(x)$　　④ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(x)\neq 0$, $g(a)\neq 0$)

2. 최대·최소 정리 — 유형 04 최대·최소 정리

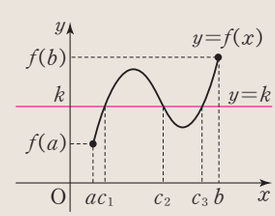
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다. 닫힌구간에서 연속이 아니면 최댓값 또는 최솟값이 존재하지 않을 수 있다.



왜 '닫힌구간'에서 '연속'이어야 할까?	
닫힌구간이 아닌 구간에서 연속인 경우	닫힌구간에서 **연속이 아닌** 경우
 그림과 같이 반열린 구간 $(a, b]$에서 연속이지만 최솟값이 존재하지 않을 수 있다.	 그림과 같이 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이 아니면 최댓값이 존재하지 않을 수 있다.

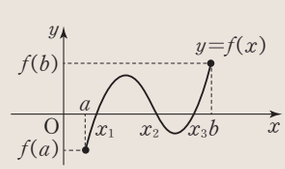
3. 사잇값 정리 — 유형 05 사잇값 정리

(1) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)\neq f(b)$일 때, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다. 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나 존재한다는 의미

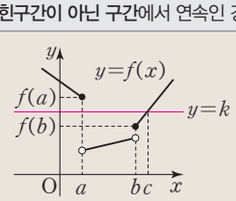
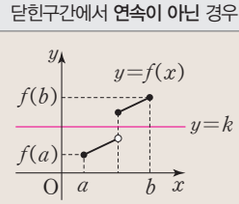


(2) 사잇값 정리의 응용

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 사잇값 정리에 의하여 $f(c)=0$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다. 따라서 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.



닫힌구간에서 연속이 아니면 사잇값 정리를 사용할 수 없다.

왜 '닫힌구간'에서 '연속'이어야 할까?	
닫힌구간이 아닌 구간에서 연속인 경우	닫힌구간에서 **연속이 아닌** 경우
 그림과 같이 열린구간 (a, b)에서 함수 $f(x)$가 연속인 경우 $f(a)\neq f(b)$이지만 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$를 만족시키는 실수 c가 열린구간 (a, b)에 존재하지 않을 수 있다.	 그림과 같이 닫힌구간 $[a, b]$에서 함수 $f(x)$가 연속이 아닌 경우 $f(a)\neq f(b)$이지만 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c)=k$를 만족시키는 실수 c가 열린구간 (a, b)에 존재하지 않을 수 있다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 함수의 연속과 불연속

함수의 연속과 불연속에는

(1) 그래프 또는 함수식이 주어질 때 연속의 정의에 따라 한 점에서 함수가 연속인지 판정하는 문제

(2) 불연속인 점의 좌표 또는 개수를 구하는 문제

를 분류하였다.

유형 해결 TIP

앞에서 공부한 함수의 극한 개념이 등장하니 함께 복습하도록 하자.

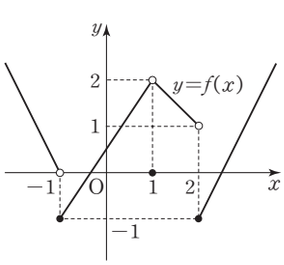
115

함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이고, $\lim_{x\to 0+} f(x)=2$, $\lim_{x\to 0-} f(x)=a$, $f(0)=b$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

116

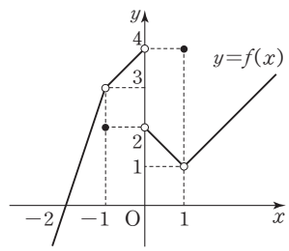
함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $f(x)$가 불연속이 되는 모든 x의 값의 합은?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

117 빈출

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 열린구간 $(-2, 2)$에서 함수 $f(x)$의 극한값이 존재하지 않는 점의 개수를 m, 불연속인 점의 개수를 n이라 하자. $m-n$의 값은?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

118

다음 함수 중 $x=2$에서 불연속인 것은?

① $f(x)=\begin{cases} \sqrt{x-2} & (x\geq 2) \\ x-2 & (x<2) \end{cases}$

② $f(x)=x+2$

③ $f(x)=x^2-5$

④ $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & (x\neq 2) \\ 3 & (x=2) \end{cases}$

⑤ $f(x)=\dfrac{1}{x}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

119

실수 전체의 집합에서 연속인 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)=3x^2+x-3$

ㄴ. $g(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le -1) \\ x^2 & (x>-1) \end{cases}$

ㄷ. $h(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & (x\ne 1) \\ 0 & (x=1) \end{cases}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

120

함수 $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2-x-12}$이 불연속이 되는 점의 x좌표의 집합을 A라 할 때, 집합 A의 모든 원소의 합은?

① -4 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 4

121

다음 함수가 연속인 구간을 구간의 기호로 나타내시오.

(1) $f(x)=\sqrt{x-2}$

(2) $f(x)=x^2-5x$

(3) $f(x)=\begin{cases} x & (x<0) \\ x^2+1 & (x\ge 0) \end{cases}$

유형 02 연속함수의 성질과 판정

연속함수의 성질과 판정에는

(1) 연속함수의 성질을 이용하여 주어진 함수의 연속성을 판정하는 문제

(2) 하나 또는 두 개의 함수의 그래프 또는 함수식이 주어질 때 합성함수의 극한값을 구하거나 연속성을 판정하는 문제

를 분류하였다.

122

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모두 $x=a$에서 연속일 때, 다음 중 $x=a$에서 항상 연속이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① $2f(x)$ ② $f(x)+g(x)$ ③ $f(x)-g(x)$
④ $f(x)g(x)$ ⑤ $\dfrac{1}{f(x)+g(x)}$

123

두 함수 $f(x)=x^2+1$, $g(x)=2x$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)+g(x)$ ㄴ. $f(x)g(x)$

ㄷ. $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ㄹ. $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

① ㄱ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

124

두 함수 $f(x)=\begin{cases} x-1 & (x<2) \\ 3 & (x\geq 2) \end{cases}$, $g(x)=x-2$에 대하여 모든 실수 x에서 연속인 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)+g(x)$
ㄴ. $f(x)g(x)$
ㄷ. $\dfrac{g(x)}{f(x)}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

125

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모두 $x=a$에서 연속이면 함수 $f(x)+g(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이고, 함수 $g(x)$는 $x=a$에서 불연속이면 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 불연속이다.
ㄷ. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모두 $x=a$에서 불연속이면 함수 $f(x)-g(x)$는 $x=a$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

126

두 함수 $f(x)=5x-4$, $g(x)=\dfrac{1}{x}$에 대하여 합성함수 $(g\circ f)(x)$가 불연속이 되는 x의 값은?

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{3}{5}$
④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ 1

유형 03 함수의 연속을 이용한 미정계수의 결정

함수식이 구간별로 다르게 주어졌을 때 연속의 정의와 연속함수의 성질을 이용하여 미정계수를 구하거나 함수식을 찾는 문제를 분류하였다.

127 빈출

함수 $f(x)=\begin{cases} 5x-a & (x\neq 2) \\ x+1 & (x=2) \end{cases}$이 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① -7 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 7

128

다음 함수가 $x=-1$에서 연속일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{x+1} & (x\neq -1) \\ k & (x=-1) \end{cases}$

(2) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+1}{x+1} & (x\neq -1) \\ k & (x=-1) \end{cases}$

129

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & (x\neq 0) \\ a & (x=0) \end{cases}$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

130

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & (x>3) \\ x+a & (x\le 3) \end{cases}$가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

131 빈출

함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x\ge 1) \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & (x<1) \end{cases}$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은?

① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

132

두 함수 $f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\ge 2) \\ -x+6 & (x<2) \end{cases}$, $g(x)=-2x+k$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 04 최대·최소 정리

최대·최소 정리를 이해하고 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 분류하였다.

133

다음 중 최대·최소 정리에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 극한값이 존재하면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
② 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 극한값이 존재하면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
③ 함수 $f(x)$가 구간 $(a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
④ 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
⑤ 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

134

다음 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최댓값 M과 최솟값 m을 각각 구하시오.

(1) $f(x)=2x+5$ $[1, 2]$
(2) $f(x)=x^2-4x$ $[-1, 2]$
(3) $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$ $[1, 3]$

135

닫힌구간 $[0, 3]$에서 함수 $f(x)=x^2-2x+5$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

136

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-2x-3}{x-3} & (x\neq 3) \\ 5 & (x=3) \end{cases}$ 가 닫힌구간 $[-2,\ 2]$에서 최댓값 M과 최솟값 m을 가질 때, $M+m$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

137

다음 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최댓값 또는 최솟값을 구하시오.

(1) $f(x)=\dfrac{-x}{x-1}$ $[2,\ 5)$

(2) $f(x)=\sqrt{3-2x}$ $(-1,\ 1]$

138

닫힌구간 $[-3,\ 2]$에서 함수 $f(x)=|x-1|+2$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

139

닫힌구간 $[2,\ 4]$에서 함수 $f(x)=\left|\dfrac{1}{x}-1\right|$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\dfrac{M}{m}$의 값은?

① $\dfrac{9}{2}$ ② $\dfrac{7}{2}$ ③ $\dfrac{5}{2}$
④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

유형 05 사잇값 정리

사잇값 정리를 이용하여 구간에서 방정식의 실근의 존재성을 판별하는 문제를 분류하였다.

140

다음은 방정식 $x^3-2x^2+3x-2=0$이 0과 2 사이에 적어도 하나의 실근을 가짐을 보이는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 것을 고른 것은?

> 함수 $f(x)=x^3-2x^2+3x-2$라 하면
> 함수 $f(x)$는 닫힌구간 [(가)]에서 연속이고,
> $f(0)<0$, $f(2)=$ [(나)] >0이므로 [(다)]에 의하여
> $f(c)=0$인 c가 0과 2 사이에 적어도 하나 존재한다.
> 따라서 방정식 $x^3-2x^2+3x-2=0$은 0과 2 사이에 적어도 하나의 실근을 갖는다.

	(가)	(나)	(다)
①	$(0,\ 2)$	4	사잇값 정리
②	$(0,\ 2)$	2	최대·최소 정리
③	$[0,\ 2]$	4	사잇값 정리
④	$[0,\ 2]$	2	사잇값 정리
⑤	$[0,\ 2]$	4	최대·최소 정리

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

141 빈출

다음 중 방정식 $x^3-2x^2-x+3=0$의 실근이 속하는 구간은?

① $(-3, -2)$ ② $(-2, -1)$ ③ $(-1, 0)$
④ $(0, 1)$ ⑤ $(1, 2)$

142

다음 방정식 중 0과 1 사이에 적어도 하나의 실근이 반드시 존재하는 것은?

① $x^3=2x+4$ ② $x^3=-5x-1$
③ $x^3+x=4x^2-1$ ④ $x^3=2x+5$
⑤ $x^3-x=7$

143 빈출

방정식 $2x^4+5x^2-1=0$의 실근이 적어도 하나 반드시 존재하는 구간을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $(-2, -1)$ ㄴ. $(-1, 0)$
ㄷ. $(0, 1)$ ㄹ. $(1, 2)$

① ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

144 빈출

연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(-2)=-1$, $f(-1)=1$, $f(0)=3$, $f(1)=-2$, $f(2)=3$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 $(-2, 2)$에서 적어도 몇 개의 실근을 갖는가?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

145

방정식 $x^2-2x+k=0$이 열린구간 $(-1, 0)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다고 할 때, 이를 만족시키는 모든 정수 k의 값의 합은?

① 6 ② 3 ③ 0
④ -3 ⑤ -6

146

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? (단, $a<b$)

① 함수 $f(x)$는 열린구간 (a, b)에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
② $f(a)f(b)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 실수해를 갖지 않는다.
③ $f(a)f(b)=0$이면 방정식 $f(x)=0$은 닫힌구간 $[a, b]$에서 적어도 두 개의 실수해를 갖는다.
④ $f(a)=f(b)$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 무수히 많은 실수해를 갖는다.
⑤ $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 닫힌구간 $[a, b]$에서 적어도 하나의 실수해를 갖는다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 함수의 연속와 불연속

147

함수의 연속성에 대한 설명으로 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)=\sqrt{2-x}$는 구간 $(-\infty, 2]$에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $g(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$은 구간 $(-\infty, \infty)$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $h(x)=\dfrac{x^2+3x}{x^2-1}$는 구간 $(-\infty, 1)\cup(1, \infty)$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

148

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)-3}{x-1} & (x\neq 1) \\ f(1) & (x=1) \end{cases}$$

로 정의할 때, 함수 $g(x)$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)=3x$

ㄴ. $f(x)=x^3+2$

ㄷ. $f(x)=2x^2+1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

149

열린구간 $(1, 4)$에서 연속인 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)=x+|x-3|$

ㄴ. $f(x)=x|x-2|$

ㄷ. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{(x-2)^2}{x-2} & (x\neq 2) \\ 2 & (x=2) \end{cases}$

ㄹ. $f(x)=\sqrt{x+3}$

① ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

150 빈출

모든 실수 x에서 연속인 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & (x\neq 2) \\ 4 & (x=2) \end{cases}$

ㄴ. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3}{|x|} & (x\neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$

ㄷ. $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x+1}$

ㄹ. $f(x)=\sqrt{x-3}$

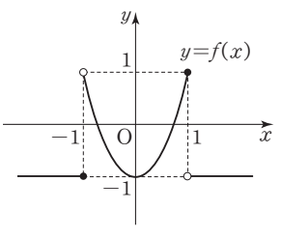
① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 02 연속함수의 성질과 판정

151

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



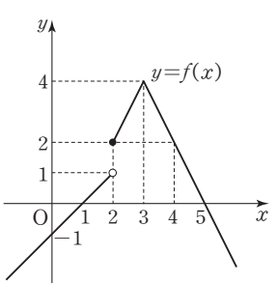
보기

ㄱ. $\lim_{x\to-1+} f(x)=\lim_{x\to1-} f(x)$
ㄴ. 함수 $|f(x)|$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $(x^2-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

152

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



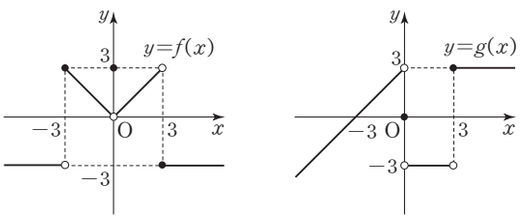
보기

ㄱ. $\lim_{x\to2+} f(x)=2$
ㄴ. $\lim_{x\to5} f(f(x))=-1$
ㄷ. 함수 $y=(f\circ f)(x)$는 $x=4$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

153

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$의 그래프가 그림과 같다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



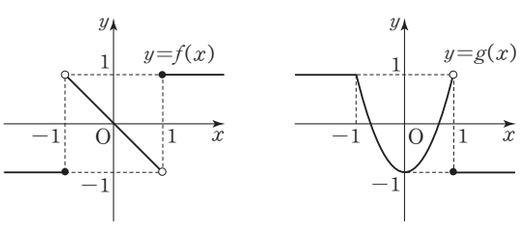
보기

ㄱ. 함수 $f(x)+g(x)$는 $x=3$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(g(x))$는 $x=-3$에서 연속이다.
ㄹ. 함수 $\dfrac{g(x)}{f(x)}$는 $x=3$에서 연속이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

154 빈출

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

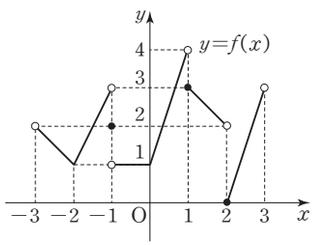
ㄱ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(g(x))$는 $x=-1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $g(f(x))$는 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

155

열린구간 $(-3, 3)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것의 개수는?



보기

ㄱ. $\lim_{x\to 2} f(2-x)=1$

ㄴ. $\lim_{x\to -2} f(-2-2x)=3$

ㄷ. $-3<t<3$일 때, $\lim_{x\to t+} f(x) < \lim_{x\to t-} f(x)$를 만족시키는 실수 t의 값은 2개 존재한다.

ㄹ. 함수 $f(x)f(x+1)$은 $x=-2$에서 불연속이다.

ㅁ. 함수 $f(x)f(x+1)$은 $x=1$에서 연속이다.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

156

함수 $f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} a & (x\le -1) \\ x^2+x+1 & (-1<x\le 1) \\ b & (x>1) \end{cases}$일 때,

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, a, b는 상수이다.)

보기

ㄱ. $a=1$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극한값이 존재한다.

ㄴ. $b=2$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $y=(x^2-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

157

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 각각 $x=a$에서 불연속이면 함수 $f(x)+g(x)$도 $x=a$에서 불연속이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $|f(x)|$는 $x=a$에서 연속이다.

ㄷ. 두 함수 $f(x)$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $g(x)$도 $x=a$에서 연속이다.

ㄹ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이고, $\lim_{x\to b} g(x)=g(b)=a$이면 함수 $(f\circ g)(x)$는 $x=b$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

유형 03 함수의 연속을 이용한 미정계수의 결정

158

함수 $f(x)=\begin{cases} x-1 & (x<3) \\ b & (x=3) \\ ax+5 & (x>3) \end{cases}$가 $x=3$에서 연속일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

①

$2=b=2a+5$

$b=2$

$2=3a+5$ $2a=-5$

-1

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

159 빈출

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+ax-10}{x-2} & (x\neq 2) \\ b & (x=2) \end{cases}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

$\dfrac{(x-2)(x-5)}{(x-2)}$ 2 -3 $-7=a$

160

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{a\sqrt{x+1}+b}{x-3} & (x\neq 3) \\ \sqrt{2} & (x=3) \end{cases}$가 $x=3$에서 연속일 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -64 ② -32 ③ 0
④ 32 ⑤ 64

161 서술형

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x\leq -1) \\ x^2+ax+b & (-1<x\leq 2) \\ 3x+3 & (x>2) \end{cases}$이 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 두 실수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오.

162

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (x\leq 2 \text{ 또는 } x\geq 3) \\ 2x+5 & (2<x<3) \end{cases}$가 모든 실수 x에서 연속일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 5 ② 8 ③ 11
④ 14 ⑤ 17

163

함수 $f(x)=\begin{cases} -2x+b & (|x|<1) \\ x^2+ax-6 & (|x|\geq 1) \end{cases}$이 모든 실수 x에서 연속이 되도록 하는 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

164

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(31)$의 값은?
(단, a, b는 상수이다.)

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)=f(x)$이다.
(나) $f(x)=\begin{cases} 2x+a & (-2\leq x<1) \\ x^2+bx+3 & (1\leq x\leq 3) \end{cases}$

① -9 ② -7 ③ -5
④ -3 ⑤ -1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

165

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-2x & (x\geq 1) \\ 2x+1 & (x<1) \end{cases}$에 대하여 함수

$g(x)=|f(x)-a|$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 실수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

166

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+ax+b}{|x-2|} & (x\neq 2) \\ c & (x=2) \end{cases}$가 $x=2$에서 연속일 때,

$a-b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

① -8 ② -6 ③ -4
④ -2 ⑤ 0

167

| 선행 156 |

함수 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{8x^3-1}{|2x-1|} & \left(x\neq \dfrac{1}{2}\right) \\ a & \left(x=\dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$에 대하여 실수 a의 값에

관계 없이 함수 $y=f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 다항함수 $g(x)$가 될 수 없는 것은?

① $g(x)=4x^2-1$ ② $g(x)=6x^2-x-1$
③ $g(x)=0$ ④ $g(x)=4x^2-4x+1$
⑤ $g(x)=6x^2+x-1$

168

다항식 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)-x^2}{x-1} & (x\neq 1) \\ k & (x=1) \end{cases}$$

로 정의하자. 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에서 연속이고 $\lim_{x\to\infty} g(x)=5$일 때, $k+f(2)$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

169

구간 $[-2, \infty)$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$(x-2)f(x)=\sqrt{x+2}-a$$

가 성립할 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{1}{5}$

170 빈출

모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$(x^2-4)f(x)=x^4+ax+b$$

가 성립할 때, $a+b+f(-2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -16 ② -12 ③ -8
④ -4 ⑤ 0

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

171

선생님 Pick! 평가원기출

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f(x)\}^3-\{f(x)\}^2-x^2f(x)+x^2=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right)+f(0)+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

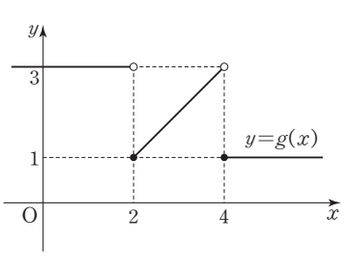
① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

172

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases} 3 & (x<2) \\ x-1 & (2\le x<4) \\ 1 & (x\ge 4) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이다. 함수 $y=f(x-k)g(x)$의 그래프가 한 점에서만 불연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은?



① -1 ② -4 ③ -8
④ -12 ⑤ -16

173

실수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수

$$f(x)=\begin{cases} -|x|+2 & (x<2) \\ k & (x\ge 2) \end{cases}$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$에 대하여 함수 $g(x)h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(k)$의 값을 구하시오.

유형 04 최대·최소 정리

174

닫힌구간 $[0, 2]$에서 정의된 다항함수 $f(x)$가 $f(x)=\lim_{t\to\infty}\frac{t(x^2-2x)+1}{\sqrt{t^2+3x}}$일 때, $f(x)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

175

닫힌구간 $[-3, 3]$에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & (-3\le x\le -1) \\ \dfrac{x^3-2x^2+3x-a}{x+1} & (-1<x\le 3) \end{cases}$$

의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{131}{4}$ ② $\frac{133}{4}$ ③ $\frac{135}{4}$
④ $\frac{137}{4}$ ⑤ $\frac{139}{4}$

176

다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $|f(x)|$가 $x=0$에서 연속이면 함수 $f(x)$도 $x=0$에서 연속이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이고 $f(1)=1$이면 함수 $(f\circ f)(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. 함수 $f(x)=x^2-4x+7$은 열린구간 $(1, 3)$에서 최솟값을 갖지 않는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

유형 05 사잇값 정리

177 서술형

사잇값 정리를 이용하여 다음 방정식이 주어진 구간에서 적어도 하나의 실근을 가짐을 보이고, 그 과정을 서술하시오.

(1) $\sqrt{2x+1}=3x$ $(0, 1)$ (2) $x+3=\frac{2}{x}$ $(-4, -3)$

178 빈출 서술형

연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(-1)=-3$, $f(0)=-1$, $f(1)=4$, $f(2)=-5$, $f(3)=3$, $f(4)=-1$일 때, 각 방정식은 열린구간 $(-1, 4)$에서 적어도 몇 개의 실근을 갖는지 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) $f(x)=x$ (2) $x^2f(x)=-3x+2$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

179

다항함수 $f(x)$가 $f(-3)=k+4$, $f(0)=k+1$을 만족시키고, 방정식 $f(x)=3$이 중근이 아닌 오직 하나의 실근을 가질 때, 이 실근이 열린구간 $(-3, 0)$에 존재하도록 하는 모든 정수 k의 값의 합은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

180

두 함수 $f(x)=x^3+5x^2+4x+3$, $g(x)=x^2+3x+n$에 대하여 열린구간 $(1, 2)$에서 방정식 $f(x)=g(x)$가 적어도 하나의 실근을 갖기 위한 자연수 n의 최댓값은?

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

181

삼차방정식 $x(x+2)(x-4)+3=0$의 세 실근을 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $-3<\alpha<-2$
ㄴ. $0<\beta<1$
ㄷ. $3<\gamma<4$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

182

삼차방정식

$$x(x-1)(x-2)+x(x-1)+(x-1)(x-2)+x(x-2)=0$$

에 대한 설명으로 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 열린구간 $(0, 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
ㄴ. 열린구간 $(1, 2)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
ㄷ. -3보다 큰 음의 실근을 오직 한 개 갖는다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

183

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) $f(1)=-4$, $f(3)=1$

방정식 $f(x)=0$이 열린구간 $(-3, 3)$에서 적어도 n개의 실근을 가질 때, 자연수 n의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

184

함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 연속이고 $f(x)=f(x+4)$를 만족시킨다. $f(0)f(3)<0$일 때, 열린구간 $(0, 15)$에서 방정식 $f(x)=0$은 적어도 몇 개의 실근을 가지는가?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $(x^2-4)f(x)=x^4+ax+b$가 성립할 때, $a+b+f(-2)$의 값은?

조건① 조건② 답

(단, a, b는 상수이다.)

① -16 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

유형03 함수의 연속을 이용한 미정계수의 결정 170

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1단계

조건
① $f(x)$: 연속함수
② $(x^2-4)f(x)=x^4+ax+b$

↓ 항등식

$a=0,\ b=-16$

조건 ②의 등식
$(x^2-4)f(x)=x^4+ax+b$,
$(x+2)(x-2)f(x)=x^4+ax+b$
가 항등식이고 $x=2$, $x=-2$를 대입하면 $f(x)$에 관계없이 좌변이 0이 되므로 a, b의 값을 구하면 된다.
$x=2$일 때 $0=16+2a+b$
$x=-2$일 때 $0=16-2a+b$
두 식을 연립하여 풀면
$a=0,\ b=-16$

2단계

조건
① $f(x)$: 연속함수
② $(x^2-4)f(x)=x^4+ax+b$

항등식

$a=0,\ b=-16$

$$f(-2)=\lim_{x\to-2}f(x)=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-16}{x^2-4}=8$$

즉, $(x^2-4)f(x)=x^4-16$이므로
$x\neq\pm2$일 때 $f(x)=\frac{x^4-16}{x^2-4}$이고,
함수 $f(x)$는 모든 실수 x에서 연속이므로 $f(-2)=\lim_{x\to-2}f(x)$를 만족시킨다.

$$f(-2)=\lim_{x\to-2}f(x)=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-16}{x^2-4}=\lim_{x\to-2}(x^2+4)=8$$

3단계

조건
① $f(x)$: 연속함수
② $(x^2-4)f(x)=x^4+ax+b$

항등식

$a=0,\ b=-16$

$$f(-2)=\lim_{x\to-2}f(x)=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-16}{x^2-4}=8$$

따라서 $a=0$, $b=-16$, $f(-2)=8$이므로
$a+b+f(-2)=0+(-16)+8=-8$

답 $a+b+f(-2)$의 값 → -8

답 ③

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(-1)=-3$, $f(0)=-1$, $f(1)=4$, $f(2)=-5$, $f(3)=3$, $f(4)=-1$일 때,
(조건①) (조건②)
방정식 $f(x)=x$는 열린구간 $(-1, 4)$에서 적어도 몇 개의 실근을 갖는지 구하시오.
(답)

유형 05 사잇값 정리 178

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

답: 구간 $(-1, 4)$에서 $f(x)=x$의 실근의 개수

조건
- ① $f(x)$: 연속함수
- ② $f(-1)=-3$, $f(0)=-1$, $f(1)=4$, $f(2)=-5$, $f(3)=3$, $f(4)=-1$

→ $g(x)=f(x)-x$는 연속함수 → 구간 $(-1, 4)$에서 $g(x)=0$의 실근의 개수

$g(x)=f(x)-x$라 하면 함수 $f(x)$가 연속함수이므로 $g(x)$도 연속함수이다.
즉, 구하는 방정식 $f(x)=x$의 실근의 개수는 방정식 $g(x)=0$의 실근의 개수와 같다.

2 단계

답: 구간 $(-1, 4)$에서 $f(x)=x$의 실근의 개수

조건
- ① $f(x)$: 연속함수 — $g(x)=f(x)-x$는 연속함수 — 구간 $(-1, 4)$에서 $g(x)=0$의 실근의 개수
- ② $f(-1)=-3$, $f(0)=-1$, $f(1)=4$, $f(2)=-5$, $f(3)=3$, $f(4)=-1$ → $g(0)g(1)<0$, $g(1)g(2)<0$, $g(3)=0$

조건 ②에서
$g(-1)=f(-1)-(-1)=-2<0$,
$g(0)=f(0)-0=-1<0$,
$g(1)=f(1)-1=3>0$,
$g(2)=f(2)-2=-7<0$,
$g(3)=f(3)-3=0$,
$g(4)=f(4)-4=-5<0$
이므로 $g(3)=0$이고
$g(0)g(1)<0$, $g(1)g(2)<0$이다.

3 단계

답: 구간 $(-1, 4)$에서 $f(x)=x$의 실근의 개수

조건
- ① $f(x)$: 연속함수 — $g(x)=f(x)-x$는 연속함수 — 구간 $(-1, 4)$에서 $g(x)=0$의 실근의 개수
- ② $f(-1)=-3$, $f(0)=-1$, $f(1)=4$, $f(2)=-5$, $f(3)=3$, $f(4)=-1$ — $g(0)g(1)<0$, $g(1)g(2)<0$, $g(3)=0$ → 사잇값 정리 → 3

따라서 방정식 $g(x)=0$은 사잇값 정리에 의해 열린구간 $(0, 1)$, $(1, 2)$에서 각각 적어도 하나의 실근을 갖는다.
또한, $g(3)=0$에서 $x=3$도 근이므로 방정식 $g(x)=0$은 열린구간 $(-1, 4)$에서 적어도 3개의 실근을 갖는다.

답 3

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

185

닫힌구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

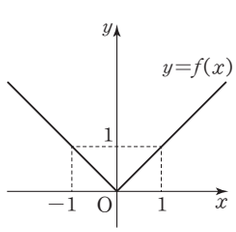
$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (-2\le x\le 0) \\ -x+2 & (0<x\le 2) \end{cases}$$

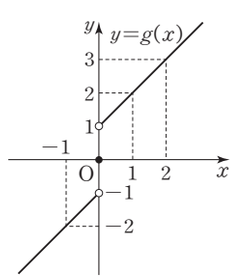
이다. 좌표평면에서 $k>1$인 실수 k에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 원 $x^2+y^2=k^2$이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(k)$라 할 때, 함수 $g(k)$가 불연속이 되는 모든 k의 값의 곱은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ 0
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

186

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $x=0$에서 연속인 함수만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?





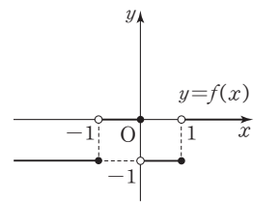
보기

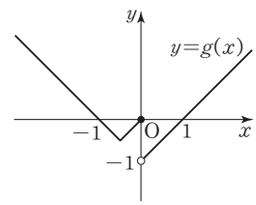
ㄱ. $f(x-1)$
ㄴ. $g(x+2)$
ㄷ. $f(x)\{g(x)\}^2$
ㄹ. $f(x)-2g(x)$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄷ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

187

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $y=f(x)g(x)$가 불연속이 되는 x의 값을 모두 구한 것은?





① -1 ② 1 ③ 0
④ 0, 1 ⑤ -1, 1

188

구간 $(-\infty, \infty)$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{|x|} & (x\ne 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases},\ g(x)=\begin{cases} |x| & (x\ne 0) \\ -2 & (x=0) \end{cases}$$

에 대하여 다음 중 $x=0$에서 연속인 함수는?

① $y=f(x)$ ② $y=f(x)+g(x)$
③ $y=f(x)g(x)$ ④ $y=f(g(x))$
⑤ $y=g(f(x))$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

189

| 선행 156 |

세 함수 $f(x)=\begin{cases} -3 & (x<-1) \\ [x] & (-1\le x\le 1) \\ 2 & (x>1) \end{cases}$,

$g(x)=2x^3+2ax^2+bx+c$, $h(x)=x^3+4dx^2+4x$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정수 a, b, c, d에 대하여 $a+b+c+d$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

(가) 함수 $f(x)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

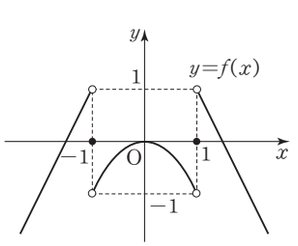
(나) 함수 $\dfrac{g(x)}{h(x)}$는 $x\ne 0$인 모든 실수 x에서 연속이다.

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

190

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같고, $g(x)=x^3+ax^2+bx+2$이다. 합성함수 $(g\circ f)(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $g(3)$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.)



① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

191

함수 $f(x)=\begin{cases} x-[x] & (|x|\le 1) \\ 1 & (|x|>1) \end{cases}$에 대한 설명으로 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 0} f(x)$가 존재하지 않는다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 불연속인 점은 2개이다.

ㄷ. $-1<a<1$인 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a}\{f(x)+f(-x)\}$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

192

평가원기출

실수 a에 대하여 집합

$\{x\,|\,ax^2+2(a-2)x-(a-2)=0,\ x\text{는 실수}\}$

의 원소의 개수를 $f(a)$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{a\to 0} f(a)=f(0)$

ㄴ. $\lim_{a\to c+} f(a)\ne \lim_{a\to c-} f(a)$인 실수 c는 2개이다.

ㄷ. 함수 $f(a)$가 불연속인 점은 3개이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

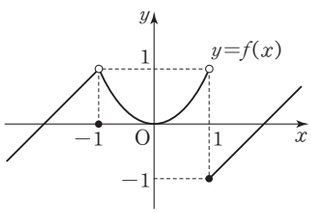
이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

193

그림과 같은 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $\lim_{x\to 1+}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개이다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

194

좌표평면에 세 점 O(0,0), A($\sqrt{2}$, 0), B(0, $\sqrt{2}$)가 있다. 점 O를 중심으로 하는 원 C의 반지름의 길이가 t일 때, 삼각형 ABP의 넓이가 자연수인 원 C 위의 점 P의 개수를 함수 $f(t)$라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, 점 P는 직선 AB 위에 있지 않다.)

보기

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right)=2$

ㄴ. $\lim_{t\to 1+}f(t)\neq f(1)$

ㄷ. $0<a<4$인 실수 a에 대하여 함수 $f(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

195

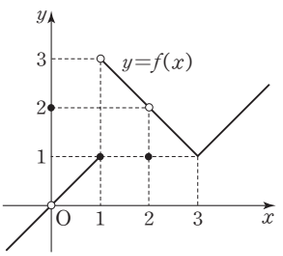
평가원기출

함수 $f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\leq 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$가 $x=a$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

196

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



이차함수 $g(x)=-x^2+4x+k$에 대하여 함수 $(f\circ g)(x)$가 $x=2$에서 불연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① -9 ② -6 ③ -3
④ 0 ⑤ 3

197

다음 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $(g\circ f)(x)$가 $x=a$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
ㄴ. 두 함수 $f(x)$, $f(x)-g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $g(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
ㄷ. 열린구간 (a, b)에서 최댓값과 최솟값을 모두 갖는 상수함수가 아닌 연속함수가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

198

$a>0$, $b>0$일 때, x에 대한 삼차방정식 $(x+a)(x-b)^2-x^2=0$이 서로 다른 양의 실근 m개와 서로 다른 음의 실근 n개를 가질 때, $3m+2n$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

199

함수 $f(x)=13kx^2+k^2x+12$에 대하여 방정식 $f(x)=0$이 열린구간 $(0,\ 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는?

① 10 ② 9 ③ 8
④ 7 ⑤ 6

200

함수 $f(x)=x^2-7x+a$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} -x+2a & (x\geq a) \\ f(x+2) & (x<a) \end{cases}$$

라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은?

(가) 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 $(0,\ 2)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
(나) 함수 $f(x)g(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

201

$a<0$, $b>0$인 두 실수 a, b에 대하여 이차방정식

$$x(x-a)+x(x-b)+(x-a)(x-b)=0$$

의 두 실근이 α, β $(\alpha<\beta)$일 때, 다음 중 대소 관계로 옳은 것은?

① $a<0<\alpha<\beta<b$ ② $a<\alpha<0<\beta<b$
③ $a<\alpha<\beta<0<b$ ④ $\alpha<a<0<\beta<b$
⑤ $\alpha<a<0<b<\beta$

202 서술형

서로 다른 세 실수 α, β, γ에 대하여 다음 방정식이 서로 다른 두 실근을 가짐을 보이고, 그 과정을 서술하시오. (단, $\alpha<\beta<\gamma$)

$$(x-\alpha)(x-\beta)+(x-\beta)(x-\gamma)+(x-\gamma)(x-\alpha)=0$$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

II

미분

01 미분계수와 도함수

02 도함수의 활용 (1)

03 도함수의 활용 (2)

04 도함수의 활용 (3)

이투스북

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

01 미분계수와 도함수

| 이전 학습 내용 |

• **일차함수의 그래프의 기울기** 중2

일차함수 $y=ax+b$에서

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$$

• **극한값** Ⅰ. 함수의 극한과 연속_01 함수의 극한

함수 $f(x)$에서 x의 값이 $x\neq a$이면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 L을 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 **극한값**이라 한다.

'$\lim_{x\to a} f(x)=L$'

또는 '$x\to a$일 때 $f(x)\to L$'

• **$x=a$에서 함수의 연속**

Ⅰ. 함수의 극한과 연속_02 함수의 연속

함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여

① 함숫값 $f(a)$ 존재

② 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$ 존재

③ $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

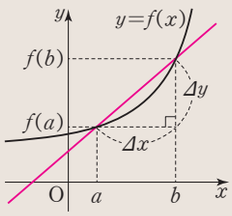
이때 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라 한다.

현재 학습 내용

• **미분계수** 유형01 평균변화율

1. 평균변화율

(1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, y의 값은 $f(a)$에서 $f(b)$까지 변한다.
이때 x의 값의 변화량 $b-a$를 x의 증분, y의 값의 변화량 $f(b)-f(a)$를 y의 증분이라 하고, 기호로 각각 Δx, Δy와 같이 나타낸다.



(2) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$$

$\Delta x=b-a$에서 $b=a+\Delta x$

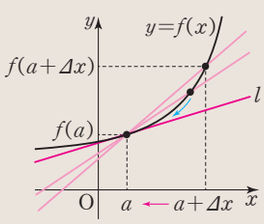
이고, 이는 두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$를 지나는 직선의 기울기를 의미한다.

2. 미분계수(순간변화율) 유형02 미분계수의 뜻 유형03 미분계수의 기하적 의미

함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 **순간변화율** 또는 **미분계수**는

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

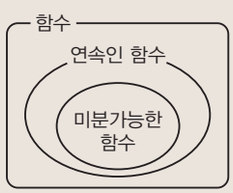
$a+\Delta x=x$에서 $\Delta x=x-a$이므로 $\Delta x\to 0$일 때, $x\to a$



이고, 이는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선 l의 기울기를 의미한다.
접점
이것이 미분계수의 기하적 의미이다.

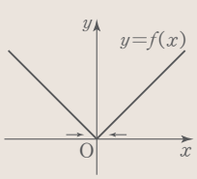
3. 미분가능성과 연속성의 관계 유형04 미분가능성과 연속성

(1) 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 **미분가능**하다고 하고, 함수 $y=f(x)$가 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에서 미분가능하면 함수 $y=f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.



(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

주의 (2)의 역은 성립하지 않는다.
즉, 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이라고 해서 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 반드시 미분가능한 것은 아니다.
예 함수 $f(x)=|x|$는 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않다.



<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

| 이전 학습 내용 |

• 함수의 극한에 대한 성질

Ⅰ. 함수의 극한과 연속_01 함수의 극한

함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x\to a} f(x)$, $\lim_{x\to a} g(x)$가 존재할 때,

(1) $\lim_{x\to a} cf(x)=c\lim_{x\to a} f(x)$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x\to a}\{f(x)\pm g(x)\}$

$=\lim_{x\to a} f(x)\pm\lim_{x\to a} g(x)$ (복부호동순)

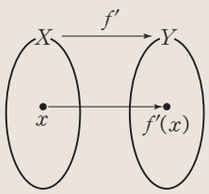
(3) $\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\lim_{x\to a} f(x)\times\lim_{x\to a} g(x)$

현재 학습 내용

• **도함수** ..... 유형 06 미분계수와 도함수

1. 도함수의 정의

함수 $y=f(x)$가 정의역에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 정의역에 속하는 각 x에 미분계수 $f'(x)$를 대응시킨 새로운 함수를 함수 $y=f(x)$의 **도함수**라 한다. 즉,



$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

이고, 이를 기호로 $f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$와 같이 나타낸다.

$\frac{dy}{dx}$는 y를 x에 대하여 미분한다는 뜻이다.

2. 미분법 ..... 유형 05 다항함수의 도함수

(1) 함수 $y=f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하는 것을 함수 $f(x)$를 x에 대하여 **미분**한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라 한다.

$f'(a)$는 도함수 $f'(x)$에 $x=a$를 대입한 것이다. 즉, 미분계수는 도함수의 함숫값이다.

$f(x)$ 함수 $\xrightarrow{\text{미분}}$ $f'(x)$ 도함수

(2) **함수 $f(x)=x^n$(n은 양의 정수)과 상수함수의 도함수**

① $f(x)=x^n(n\geq 2)$이면 $f'(x)=nx^{n-1}$

② $f(x)=x$이면 $f'(x)=1$

③ $f(x)=c$(c는 상수)이면 $f'(x)=0$

$(x^n)'=nx^{n-1}$

(3) **함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분**

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때,

① $\{cf(x)\}'=cf'(x)$(단, c는 상수)

② $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

③ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

(2), (3)에 의하여 다항함수는 모든 실수에서 미분가능하다.

④ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ ..... 유형 07 곱의 미분법

(3)의 ②, ③은 세 개 이상의 미분가능한 함수에 대해서도 성립한다.
특히, ④에서 미분가능한 세 함수의 곱은 다음과 같이 미분할 수 있다.
$\{f(x)g(x)h(x)\}'=f'(x)g(x)h(x)+f(x)g'(x)h(x)+f(x)g(x)h'(x)$

유형 08 미분가능한 함수의 미정계수 결정

유형 09 미분법의 활용

유형 10 수학 Ⅰ 통합 유형

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 평균변화율

평균변화율을 계산하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP
그래프가 주어진 문제에서 평균변화율을 두 점을 지나는 직선의 기울기로 해석할 수 있어야 한다.

203

함수 $f(x)=x^2$에서 x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

204 빈출

함수 $f(x)=x^2+3x$에서 x의 값이 a에서 $a+3$까지 변할 때의 평균변화율이 4일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

유형 02 미분계수의 뜻

미분계수의 정의를 이용하여 미분계수를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP
미분계수의 정의를 이용하기 위하여 극한을 다음과 같은 꼴이 포함되도록 식을 변형하여 풀이하자.

$$f'(a)=\lim_{\blacktriangle\to 0}\frac{f(a+\blacktriangle)-f(a)}{\blacktriangle}$$

$$f'(\bigstar)=\lim_{\blacktriangle\to\bigstar}\frac{f(\blacktriangle)-f(\bigstar)}{\blacktriangle-\bigstar}$$

205 서술형

함수 $f(x)=x^2+2x$에 대하여 $x=1$에서의 미분계수를 미분계수의 정의를 이용하여 구하고, 그 과정을 서술하시오.

206

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+2\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=-4$일 때, $f'(1)$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -4
④ -8 ⑤ -16

207

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(2)=6$일 때, $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+3h)-f(2)}{2h}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 9 ⑤ 12

208

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=2$일 때, $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a-h)}{h}$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

209

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(1)=-1$일 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x^3-1}$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

210

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(2)=-2$일 때, $\lim_{x\to2}\frac{-2x+4}{f(x)-f(2)}$의 값은?

① -4 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 4

유형 03 미분계수의 기하적 의미

함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기가 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$와 같음을 이용하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 (a, b)에서의 접선의 기울기가 c일 때, $f(a)=b$이고 $f'(a)=c$임을 이용하자.

211

함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(3, f(3))$에서의 접선의 기울기가 4일 때, $\lim_{\Delta x\to0}\frac{f(3-4\Delta x)-f(3)}{\Delta x}$의 값을 구하시오.

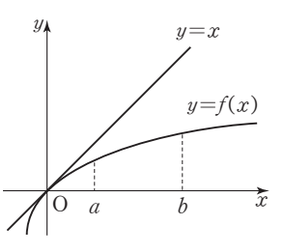
212

미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=4x-1$이 점 $(1, 3)$에서 접할 때, $\lim_{h\to0}\frac{f(1-4h)-f(1+h)}{2h}$의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

213

그림과 같이 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 $0<a<b$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $bf(a)-af(b)>0$
ㄴ. $f(b)-f(a)<b-a$
ㄷ. $f'(a)<\frac{f(b)-f(a)}{b-a}<f'(b)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 04 미분가능성과 연속성

함수의 그래프 또는 함수식이 주어질 때 연속성과 미분가능성을 판단하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

$x=a$에서의 미분계수 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$가 존재할 때,

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

즉, 좌극한, 우극한이 존재하고 그 값이 서로 같아야 하므로

$$\underbrace{\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}_{\text{좌미분계수}}=\underbrace{\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}_{\text{우미분계수}}$$

(좌미분계수)=(우미분계수)이어야 한다.

한편, 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 경우는 다음과 같다.

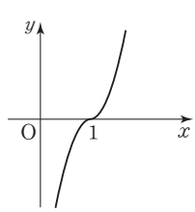
① $x=a$에서 연속이 아니면 미분가능하지 않다.

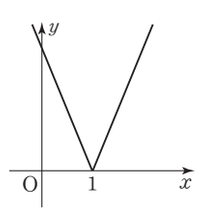
② $x=a$에서 연속일 때, $x=a$에서 뾰족점이면 미분가능하지 않다.

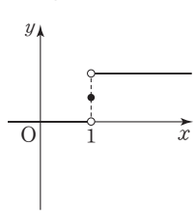
214

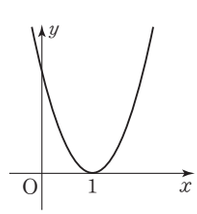
다음 〈보기〉의 함수의 그래프 중 $x=1$에서 연속인 것의 개수를 a, 미분가능한 것의 개수를 b라 할 때, $a-b$의 값은?

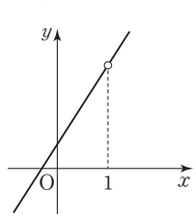
보기

ㄱ.


ㄴ.


ㄷ.


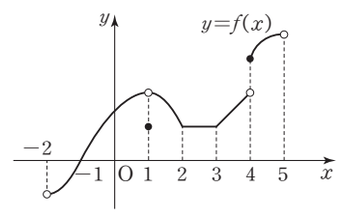
ㄹ.


ㅁ.


① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

215

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 구간 $(-2, 5)$에서 함수 $f(x)$가 극한이 존재하지 않는 x의 값의 개수를 p, 불연속인 x의 값의 개수를 q, 미분가능하지 않은 x의 값의 개수를 r라 할 때, $p+q+r$의 값은?



① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

216 빈출

다음 〈보기〉의 함수 중 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않은 함수만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)=x$

ㄴ. $f(x)=|x|$

ㄷ. $f(x)=\frac{|x|}{x}$

ㄹ. $f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\geq 0) \\ 2x+1 & (x<0) \end{cases}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

217

함수 $f(x)=x|x-2|$가 $x=a$에서 연속이지만 미분가능하지 않을 때, a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

218 서술형

'함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 $x=a$에서 연속이다.'를 증명하시오.

유형 05 다항함수의 도함수

다항함수의 도함수를 구하거나 도함수를 구한 후 도함수의 함숫값인 미분계수를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

$y=c$(c는 상수)일 때 $y'=0$이고,
$y=x^n$($n\geq 2$인 자연수)일 때 $y'=nx^{n-1}$이며
합, 차, 실수배한 함수의 도함수는 각각의 함수의 도함수를 합, 차, 실수배한 함수와 같음을 이용하여 모든 다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구할 수 있다.
또한, 도함수 $f'(x)$의 $x=a$에서의 함숫값 $f'(a)$는 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수이다.

219 서술형

함수 $f(x)=2x^2-1$에 대하여 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 도함수의 정의를 이용하여 $f(x)=2x^2-1$의 도함수를 구하시오.
(2) (1)의 결과를 이용하여 함수 $f(x)$의 $x=1$에서의 미분계수를 구하시오.

220

함수 $f(x)=2x^3-5x^2+x+1$에 대하여 $f'(1)$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

221 빈출

함수 $f(x)=x^3-ax^2+4x$의 $x=1$에서의 미분계수가 5일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

222

곡선 $y=2x^3+3x^2$ 위의 점 $(-2, -4)$에서의 접선의 기울기는?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

223 빈출

함수 $f(x)=3x^3+ax+b$의 그래프 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 기울기가 4일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

224

함수 $f(x)=x^3-2x^2+ax+b$의 그래프 위의 점 $(1,\ 1)$에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 3일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

225

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+4x+\frac{2}{3}$의 그래프 위의 점 $(a,\ b)$에서의 접선의 기울기가 3일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

226

함수 $f(x)=x^3-kx^2+1$에서 x의 값이 0에서 3까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(2)$의 값이 같을 때, $f(1)$의 값은?
(단, k는 상수이다.)

① -1 ② $-\frac{5}{6}$ ③ $-\frac{2}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

227 빈출

함수 $f(x)=3x^2-5x+1$에 대하여 x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율과 $x=a$에서의 미분계수가 서로 같을 때, 상수 a의 값을 구하시오.

228

함수 $f(x)=x^2-3$에 대하여 x의 값이 a에서 $a+2$까지 변할 때의 평균변화율과 $x=4$에서의 미분계수가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

229

함수 $f(x)=x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\cdots+\frac{1}{50}x^{50}$에 대하여 $f'(-1)$의 값은?

① -50 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 50

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 06 미분계수와 도함수

구하는 극한값을 **유형 02**에서 공부한 미분계수의 정의로 변형하고, 이때의 미분계수를 **유형 05**에서 공부한 바와 같이 다항함수의 도함수를 구한 뒤 도함수의 함숫값으로 구하는 문제를 분류하였다.

230 빈출

함수 $f(x)=x^3-2x$에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $\lim_{h\to0}\frac{f(x+3h)-f(x)}{h}$

(2) $\lim_{h\to0}\frac{f(2h+3)-f(3)}{h}$

231

함수 $f(x)=1+x+x^2+\cdots+x^6$에 대하여

$\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\{f(1+2h)-f(1-3h)\}$의 값을 구하시오.

유형 07 곱의 미분법

다항식의 곱으로 나타내어진 다항함수를 미분하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

합, 차, 실수배한 함수의 도함수와 달리 곱한 함수 $f(x)g(x)$의 도함수는 두 함수 각각의 도함수의 곱으로 구할 수 없음에 주의하자. 즉, $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$이고, 이를 확장하여 세 개 이상의 함수를 곱한 함수와 거듭제곱한 함수의 도함수를 구할 수 있다.
또한, 거듭제곱한 함수 $y=\{f(x)\}^n$ ($n\geq2$인 자연수)의 도함수는 $y'=n\{f(x)\}^{n-1}f'(x)$가 됨을 이해하고 이를 이용하자.

232 빈출

다음 함수의 도함수를 구하시오.

(1) $y=(x-2)(2x+1)$

(2) $y=(x^3-1)(2x+3)$

233 빈출

함수 $f(x)=(3x+1)(x^2-x-1)$의 $x=1$에서의 순간변화율은?

① -1 ② 1 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

234

함수 $f(x)=(x-1)(x-3)(x-5)$에 대하여 $f'(5)$의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

235

다음 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=(3x-2)^3$

(2) $f(x)=(x^2+x)^2$

236 빈출

미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $y=f(x)g(x)$의 도함수를 다음 과정에 따라 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 함수 $y=f(x)g(x)$에서 y의 증분 Δy를 x의 증분 Δx를 사용하여 나타내시오.

(2) (1)을 이용하여 함수 $y=f(x)g(x)$의 도함수 y'을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 08 미분가능한 함수의 미정계수 결정

구간별로 식이 다르게 주어진 함수가 구간의 분점에서 미분가능할 때, 이 점에서 연속이고 미분계수가 존재한다는 조건을 이용하여 해결하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

$x=a$에서 미분가능한 두 함수 $g(x)$, $h(x)$에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} g(x) & (x\geq a) \\ h(x) & (x<a) \end{cases}$$

라 정의되어 있을 때, 함수 $f(x)$가 미분가능하면

(i) $g(a)=h(a)$ (ii) $g'(a)=h'(a)$

의 두 가지의 등식을 만족시키면 됨을 이해하고 이를 이용하자.

237 빈출

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & (x\leq 1) \\ ax+b & (x>1) \end{cases}$가 $x=1$에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

유형 09 미분법의 활용

다항함수의 미분을 이용하여 다항식을 다항식으로 나눈 나머지를 구하는 문제와 도함수가 포함된 등식에서 다항식의 차수를 유추하고 항등식의 성질을 이용하여 푸는 문제를 분류하였다.

238 빈출 서술형

다항식 $x^{10}-x^4+5$를 $(x+1)^2$으로 나누었을 때의 나머지를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

239 빈출

다항식 $x^{100}+ax^2+bx+1$을 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지가 $2x+1$일 때, $b-a$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 189 ② 199 ③ 209
④ 219 ⑤ 229

유형 10 수학 Ⅰ 통합 유형

〈수학 Ⅰ〉에서 배우는 개념이 통합된 문항을 이 유형에 따로 분류하였다.

유형 해결 TIP

〈수학 Ⅰ〉을 배우지 않고 〈수학 Ⅱ〉를 배우는 학생들은 학교 시험에 이 유형의 문제들은 출제되지 않으니 넘어가도록 하자. 〈수학 Ⅰ〉을 배우고 〈수학 Ⅱ〉를 배우는 학생들은 이 유형도 공부하도록 하자.

240

함수 $f(x)=\sum_{k=1}^{20} x^{2k}$에 대하여 $f'(1)$의 값은?

① 400 ② 410 ③ 420
④ 430 ⑤ 440

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 평균변화율

241

함수 $f(x)$에 대하여 x의 값이 1에서 2까지 변할 때의 평균변화율은 2이고, x의 값이 2에서 3까지 변할 때의 평균변화율은 6이다. x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

242

함수 $f(x)$의 역함수가 $g(x)$이고, $a<b$인 두 실수 a, b에 대하여 $f(a)=-1$, $f(b)=5$이다. x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 함수 $f(x)$의 평균변화율이 4일 때, x의 값이 -1에서 5까지 변할 때의 함수 $g(x)$의 평균변화율은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

243

어느 공장에서 상품 A를 x kg 생산할 때 생산비용을 y원이라 하면

$$y=0.4x^2+12x+200$$

이 성립한다. 이 공장에서 상품 A의 생산량을 10 kg에서 15 kg까지 증가시킬 때, 생산비용의 평균변화율은?

① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

유형 02 미분계수의 뜻

244

| 선행 207 |

함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)=1$, $f'(1)=3$일 때, $\lim_{h\to0}\frac{\{f(1+h)\}^2-\{f(1)\}^2}{h}$의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

245

| 선행 210 |

함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{2x^2-2}{f(x)-f(1)}=-1$이고, $\lim_{\Delta x\to0}\frac{f(1+k\Delta x)-f(1)}{2\Delta x}=-2$일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4
④ 8 ⑤ 16

246

| 선행 209 |

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(1)=12$일 때, 다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{x\to1}\frac{f(\sqrt{x})-f(1)}{x^2-1}$

(2) $\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-f(1)}{x^3-1}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

247

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(2)=2$일 때, $\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{f(x^2)-f(2)}{x-\sqrt{2}}$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

248

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-3}{x^3-8}=\frac{1}{3}$이 성립할 때, $f(2)f'(2)$의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

249

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}=5$일 때, $f(-2)+f'(-2)$의 값은?

① -27 ② -30 ③ -33
④ -36 ⑤ -39

250

함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)=3$, $f'(2)=-2$일 때, $\lim_{x\to2}\frac{xf(2)-2f(x)}{x-2}$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

251

함수 $f(x)$에 대하여 $f(a^2)=-\frac{1}{3}$, $f'(a^2)=-1$일 때, $\lim_{x\to a}\frac{x^3f(a^2)-a^3f(x^2)}{x-a}$의 값을 a에 대한 식으로 나타낸 것은?

① a^4-a^2 ② a^4+a^2 ③ $2a^4-a^2$
④ $2a^4+a^2$ ⑤ $2a^4-3a^2$

252

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(1)=2$일 때, $\lim_{x\to\infty}x\left\{f\left(1+\frac{2}{x}\right)-f\left(1-\frac{5}{x}\right)\right\}$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

253

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(0)=-\frac{1}{6}$일 때,

$\lim_{x\to\infty} x^3\left\{f\left(\frac{3}{x}\right)-f(0)\right\}^3$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{8}$
④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ $-\frac{1}{27}$

254

미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다. $f'(1)=2$일 때,

$\lim_{x\to\infty} x\left\{f\left(1-\frac{2}{x}\right)+f\left(\frac{3}{x}-1\right)\right\}$의 값은?

① -10 ② -2 ③ 2
④ 5 ⑤ 10

유형 03 미분계수의 기하적 의미

255

| 선행 250 |

다항함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2,\ -4)$에서의 접선의 방정식이 $3x+y=2$일 때, 다음 극한값을 구하시오.

(1) $\lim_{h\to 0}\frac{f(2)-f(3h+2)}{h}$

(2) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2f(2)-4f(x)}{x-2}$

256

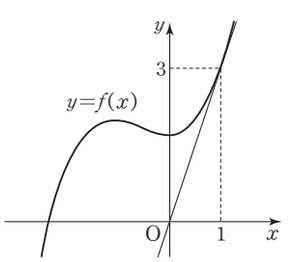
| 선행 252 |

다항함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2,\ 5)$에서의 접선이 직선 $y=\frac{1}{2}x-3$과 서로 수직일 때, $\lim_{x\to\infty} x\left\{f\left(\frac{4x-5}{2x}\right)-f(2)\right\}$의 값은?

① -5 ② -3 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

257

미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(1,\ 3)$에서의 접선이 그림과 같이 원점을 지날 때, $\lim_{x\to 1}\frac{x^3f(1)-f(x^2)}{x-1}$의 값은?



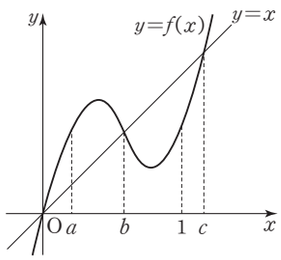
① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 3
④ 6 ⑤ 9

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

258

| 선행 213 |

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $\frac{f(a)}{a}>\frac{f(b)}{b}$

ㄴ. $f(c)-f(a)>c-a$

ㄷ. $f'(b)<f(1)<f'(a)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

259

함수 $f(x)=\sqrt{|x|}$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f'(-2)>0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

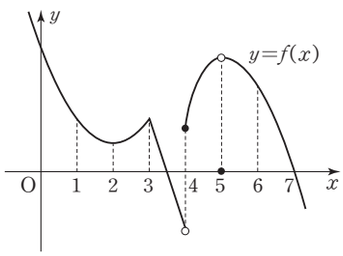
ㄷ. $a<b<0$일 때, $f'(b)<\frac{f(b)-f(a)}{b-a}<f'(a)$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 04 미분가능성과 연속성

260

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\lim_{x\to4-}f(x)$가 존재한다.

② $\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$

③ $f'(6)<0$

④ $f'(x)=0$인 실수 x가 존재한다.

⑤ 함수 $y=f(x)$는 두 점에서 미분가능하지 않다.

261 빈출

| 선행 216 |

다음 〈보기〉의 함수 중 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않은 함수의 개수는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

보기

ㄱ. $f(x)=x^3$

ㄴ. $f(x)=x-|x|$

ㄷ. $f(x)=x|x|$

ㄹ. $f(x)=x^2[x]$

ㅁ. $f(x)=|x^2-2x|$

ㅂ. $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{|x|} & (x\neq0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

262 서술형

함수 $f(x)=x+|x|$에 대하여 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) $x=0$에서의 연속성을 조사하시오.

(2) $x=0$에서의 미분가능성을 조사하시오.

263 서술형

함수 $f(x)=|x^2-x|$에 대하여 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) $x=1$에서의 연속성을 조사하시오.

(2) $x=1$에서의 미분가능성을 조사하시오.

264 서술형

함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않을 때, 함수 $g(x)=\dfrac{1}{1-xf(x)}$의 $x=0$에서의 미분가능성을 조사하고, 그 과정을 서술하시오.

265 서술형

연속함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|x+1|f(x)$로 정의할 때, 미분계수의 정의를 이용하여 함수 $g(x)$가 $x=-1$에서 미분가능하도록 하는 $f(-1)$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

266

두 상수 a, b $(a>0,\ b>0)$와 함수 $f(x)=(x+4)|x-a|$에 대하여 함수 $f(x)f(x-b)$가 $x=6$에서만 미분가능하지 않을 때, $f(b)$의 값을 구하시오.

267

최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to1+}\frac{|f(x)|-|f(1)|}{x-1}-\lim_{x\to1-}\frac{|f(x)|-|f(1)|}{x-1}=4$$

를 만족시킨다. 함수 $g(x)=|x^2+kx|f(x)$ $(k\neq0)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(k)$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 05 다항함수의 도함수

268

다항함수 $f(x)$가 $f(x)=2x^3-xf'(2)$를 만족시킬 때, $f'(1)$의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

269

함수 $f(x)=|x^2-4x|$에 대하여 $f'(3)$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

270

| 선행 223 |

함수 $f(x)=x^3+ax^2+5$의 그래프 위의 점 $(2,\ f(2))$에서의 접선의 방정식이 $y=4x+b$일 때, $a+b$의 값은?
(단, a, b는 상수이다.)

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

유형 06 미분계수와 도함수

271

| 선행 252 |

함수 $f(x)=2x^3-5x^2+1$에 대하여

$\lim_{x\to\infty}(3x+3)\left\{f\left(\frac{2x+1}{x+1}\right)-f\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)\right\}$의 값은?

① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

272

$\lim_{x\to1}\frac{x^{16}+x^3+2x-4}{x-1}$의 값은?

① 19 ② 20 ③ 21
④ 22 ⑤ 23

273

$\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{x^n+x^8+x^3+x^2}=\frac{1}{6}$을 만족시키는 자연수 n의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

274

| 선행 249 |

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-2x^3}{x^2}=-2$

(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x+1)-4}{x(x-1)}=10$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

275

미분가능한 함수 $f(x)$가 $x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$2x+1\le f(x)\le 3x+1$$

을 만족시킨다. $f(1)=3$이고 $f(2)=7$일 때, $f'(1)+f'(2)$의 값을 구하시오.

276 빈출 서술형

미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)-3xy$를 만족시키고 $f'(0)=2$일 때, $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 다음 과정에 따라 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) $f(0)$의 값을 구하시오.

(2) $\lim_{h\to0}\frac{f(h)}{h}$의 극한값을 구하시오.

(3) 도함수 $f'(x)$를 구하시오.

277

미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy(x+y)$를 만족시킨다. $f'(0)=4$일 때, $f'(n)\le100$을 만족시키는 정수 n의 최댓값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

278

미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(xy)+f(x)+f(y)+2xy$를 만족시키고 $f'(1)=-2$일 때, $f'(3)$의 값은?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

279

미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(x)}{f(x)}$의 값은?

(가) 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=4f(x)f(y)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이다.
(다) $f'(0)=1$

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

유형 07 곱의 미분법

280

다음은 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 도함수의 정의를 이용하여 함수 $y=\{f(x)\}^3$의 도함수를 구하는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 식을 각각 구하시오.

$g(x)=\{f(x)\}^3$이라 하면 $y=g(x)$에서

$$y'=\lim_{h\to0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to0}\frac{\{f(x+h)\}^3-\{f(x)\}^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to0}\left\{\frac{\boxed{(가)}-f(x)}{h}\times(\boxed{(나)})\right\}$$
$$=\boxed{(다)}$$

281 빈출

| 선행 232 |

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기가 5일 때, 함수 $y=(x^2-1)f(x)$의 $x=2$에서의 미분계수는?

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

282 빈출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to3}\dfrac{f(x)-4}{x-3}=3$, $\lim_{x\to3}\dfrac{g(x)-1}{x-3}=2$를 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)g(x)$의 $x=3$에서의 미분계수는?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

283

두 함수 $f(x)=x^3-3x+1$, $g(x)=x^4-5x^2+3$에 대하여 $\lim_{x\to0}\dfrac{f(x)g(x)-f(0)g(0)}{x}$의 극한값을 구하시오.

284

함수 $f(x)=(x^2-2)(2x-3)$에 대하여 $\lim_{x\to3}\dfrac{f(x)-f(2x-3)}{x-3}$의 값은?

① -44 ② -40 ③ -36
④ -32 ⑤ -28

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

285

함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)=-2$, $f'(3)=4$일 때,

$\lim_{x\to3}\frac{(x^3+x^2-27)f(x)-9f(3)}{x^2-9}$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

286

| 선행 234 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $f(1)=f(3)=f(6)$을 만족시킬 때, $f'(3)$의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

287

곡선 $y=(x-a)(x-b)(x-c)$ 위의 점 $(4, 6)$에서의 접선의 기울기가 3일 때, $\frac{1}{a-4}+\frac{1}{b-4}+\frac{1}{c-4}$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

288

곡선 $y=(1-x)(1+2x)(1-3x)\cdots(1+20x)$ 위의 점 $(0, 1)$에서의 접선의 기울기는?

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

289

교육청기출

함수 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-10)$에 대하여 $\frac{f'(1)}{f'(4)}$의 값은?

① -80 ② -84 ③ -88
④ -92 ⑤ -96

290

삼차함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{(x-1)^2}=-3$, $\lim_{x\to-1}\frac{f(x)-k}{x^2-1}=6$을 만족시킬 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

291

선생님 Pick! 평가원기출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)+g(x)}{x}=3,\ \lim_{x\to0}\frac{f(x)+3}{xg(x)}=2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여 $h'(0)$의 값은?

① 27 ② 30 ③ 33
④ 36 ⑤ 39

유형 08 미분가능한 함수의 미정계수 결정

292 빈출

| 선행 237 |

함수 $f(x)=\begin{cases} x^3+ax & (x<2) \\ bx^2+x+4 & (x\geq2) \end{cases}$가 모든 실수 x에서 미분가능할 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

293

함수 $f(x)=x^3-3x^2-5$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\leq a) \\ b-f(x) & (x>a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에서 미분가능하도록 하는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $a>0$)

① -19 ② -18 ③ -17
④ -16 ⑤ -15

294

평가원변형

함수 $f(x)$가 0이 아닌 실수 k에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} 2x-1 & (x<0) \\ 1-x^2 & (0\leq x<1) \\ x-x^3 & (x\geq1) \end{cases}$$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.
ㄴ. 함수 $|f(x)|$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄷ. $x^kf(x)$가 $x=0$에서 미분가능하도록 하는 최소의 자연수 k는 2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 09 미분법의 활용

295 빈출

| 선행 238 |

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to5}\frac{f(x)+2}{x-5}=4$를 만족시킬 때, 다항식 $f(x)$를 $(x-5)^2$으로 나누었을 때의 나머지를 $r(x)$라 하자. $r(1)$의 값은?

① -12 ② -14 ③ -16
④ -18 ⑤ -20

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

296

x^{20}을 $x(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지를 $r(x)$라 할 때, $r(-1)$의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

297

교육청기출

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)f'(x)=2x^3-9x^2+5x+6$$

을 만족시킬 때, $f(-3)$의 값을 구하시오.

298

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)+(x^2+1)f'(x)=3x^3+8x^2+4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

299

계수가 모두 정수인 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f'(x)\{f'(x)-6\}=2f(x)+12x^2$$

을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

① -8 ② -6 ③ -4
④ -2 ⑤ 0

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 10 수학 I 통합 유형

300

| 선행 240 |

다음 물음에 답하시오.

(1) 함수 $f(x)=\sum_{k=1}^{10}\frac{x^k}{k}$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오.

(2) 함수 $f(x)=\sum_{k=1}^{15}kx^k$에 대하여 $f(1)+f'(1)$의 값을 구하시오.

301

함수 $f(x)=x^2+ax+2$에 대하여

$\sum_{k=1}^{15}\lim_{h\to 0}\frac{f(k+h)-f(k-h)}{h}=1500$일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

302

평가원기출

등차수열 $\{x_n\}$과 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

보기

ㄱ. 수열 $\{f'(x_n)\}$은 등차수열이다.
ㄴ. 수열 $\{f(x_{n+1})-f(x_n)\}$은 등차수열이다.
ㄷ. $f(0)=3$, $f(2)=5$, $f(4)=9$이면 $f(6)=15$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

303

자연수 n에 대하여 최고차항의 계수가 1인 이차식 $f_n(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f_1(x)=x^2$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $f_{n+1}(x)=f_n(x)+f_n'(x)$이다.

$f_{25}(x)$의 상수항을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}=5$일 때, $f(-2)+f'(-2)$의 값은?

조건① 조건② 답

① -27 ② -30 ③ -33
④ -36 ⑤ -39

유형02 미분계수의 뜻 249

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1단계

조건
① $f(x)$: 다항함수
② $\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}=5$ → $\lim_{x\to-3}\{f(x+1)+3\}=0$ → $f(-2)=-3$

$\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}=5$에서
극한값이 존재하고 $x\to-3$일 때
(분모) $\to 0$이므로 (분자) $\to 0$이다.
즉, $\lim_{x\to-3}\{f(x+1)+3\}=0$에서
$f(x)$가 다항함수이므로
$f(-2)+3=0$
$\therefore f(-2)=-3$ …… ㉠

2단계

조건
① $f(x)$: 다항함수
② $\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}=5$ — $\lim_{x\to-3}\{f(x+1)+3\}=0$ — $f(-2)=-3$

$x+1=t$

$\lim_{t\to-2}\frac{f(t)-f(-2)}{(t-1)^2-9}=-\frac{1}{6}f'(-2)$ → $f'(-2)=-30$

$x+1=t$라 하면 $x\to-3$일 때
$t\to-2$이므로
$\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}$
$=\lim_{t\to-2}\frac{f(t)-f(-2)}{(t-1)^2-9}$ ($\because$ ㉠)
$=\lim_{t\to-2}\frac{f(t)-f(-2)}{(t+2)(t-4)}$
$=\lim_{t\to-2}\left\{\frac{f(t)-f(-2)}{t-(-2)}\times\frac{1}{t-4}\right\}$
$=-\frac{1}{6}f'(-2)=5$
$\therefore f'(-2)=-30$

3단계

조건
① $f(x)$: 다항함수
② $\lim_{x\to-3}\frac{f(x+1)+3}{x^2-9}=5$ — $\lim_{x\to-3}\{f(x+1)+3\}=0$ — $f(-2)=-3$

$x+1=t$

$\lim_{t\to-2}\frac{f(t)-f(-2)}{(t-1)^2-9}=-\frac{1}{6}f'(-2)$ — $f'(-2)=-30$

답 $f(-2)+f'(-2)$의 값 → -33

$\therefore f(-2)+f'(-2)$
$=-3+(-30)$
$=-33$

답 ③

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy(x+y)$를 만족시킨다.
(조건①) (조건②)

$f'(0)=4$일 때, $f'(n)\le 100$을 만족시키는 정수 n의 최댓값은?
(조건③) (답)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

유형 06 미분계수와 도함수 277

II

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
- ② $f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy(x+y)$
- ① $f(x)$: 미분가능한 함수
- ③ $f'(0)=4$

도함수의 정의

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)}{h}+3x(x+h)\right\}$$

주어진 조건을 이용하여 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구해야 하므로 도함수 $f'(x)$의 정의를 이용하면

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\{f(x)+f(h)+3xh(x+h)\}-f(x)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)}{h}+3x(x+h)\right\} \cdots\cdots ㉠$$

2 단계

조건
- ② $f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy(x+y)$
- ① $f(x)$: 미분가능한 함수
- ③ $f'(0)=4$

$f(0)=0$

도함수의 정의

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)}{h}+3x(x+h)\right\}$$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)-f(0)}{h-0}+3x(x+h)\right\}$$
$$=f'(0)+3x^2$$

$f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy(x+y)$의 양변에 $x=0$, $y=0$을 대입하면

$f(0)=f(0)+f(0)$

$\therefore f(0)=0$

㉠에서

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)-f(0)}{h-0}+3x(x+h)\right\}$$
$$=f'(0)+3x^2$$

3 단계

조건
- ② $f(x+y)=f(x)+f(y)+3xy(x+y)$
- ① $f(x)$: 미분가능한 함수
- ③ $f'(0)=4$

$f(0)=0$

도함수의 정의

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)}{h}+3x(x+h)\right\}$$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(h)-f(0)}{h-0}+3x(x+h)\right\}$$
$$=f'(0)+3x^2$$

$$f'(x)=f'(0)+3x^2$$
$$=3x^2+4$$

답 $f'(n)\le 100$인 정수 n의 최댓값 → $3n^2+4\le 100$ → 5

이때 $f'(0)=4$이므로

$f'(x)=3x^2+4$

따라서 $f'(n)\le 100$에서

$3n^2+4\le 100$

$n^2\le 32$

이를 만족시키는 정수 n의 최댓값은 5이다.

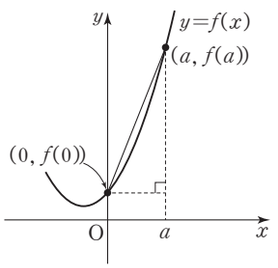
답 ②

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

304

평가원변형

양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 미분가능하다. 양수 a에 대하여 점 $(0,\ f(0))$과 점 $(a,\ f(a))$ 사이의 거리가 $a\sqrt{a^2+2a+2}$일 때, $f'(0)$의 값은?



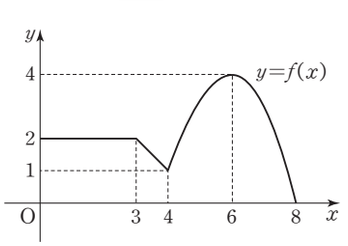
① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

305

구간 $[0,\ 8]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수

$$g(a,\ b)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\ (0\le a\le 8,\ 0\le b\le 8)$$

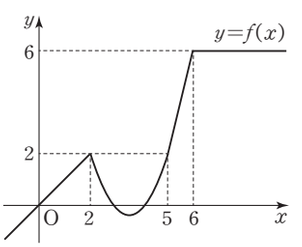
라 정의할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $g(6,\ 8)=-2$
② $g(3,\ 5)<g(4,\ 5)$
③ $g(a,\ b)=-2$를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는 1개이다.
④ $g(3,\ b)=-1$을 만족시키는 b의 값은 무수히 많다.
⑤ $g(a,\ 8)$은 $a=4$일 때 최댓값을 갖는다.

306

함수 $f(x)=\begin{cases} x & (x<2) \\ x^2-7x+12 & (2\le x<5) \\ 4x-18 & (5\le x<6) \\ 6 & (x\ge 6) \end{cases}$의 그래프가 그림과 같다.



실수 t와 임의의 양수 h에 대하여 $\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le k$를 만족시키는 실수 k의 최솟값을 $g(t)$라 정의하자. 함수 $g(t)$의 불연속인 점의 개수가 a이고, 미분가능하지 않은 점의 개수가 b일 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

307

선생님 Pick! 교육청기출

삼차함수 $f(x)=x^3-x^2-9x+1$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\ge k) \\ f(2k-x) & (x<k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 실수 k의 값의 합을 $\frac{q}{p}$라 할 때, p^2+q^2의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

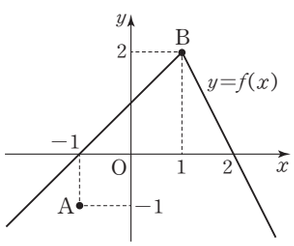
308

평가원기출

함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x\geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 A$(-1,\ -1)$, B$(1,\ 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x,\ f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오.



309

다항함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이고, $f'(2)=2$, $f'(4)=-1$일 때,

$\lim_{x\to -2}\frac{f(x^2)-f(4)}{f(x)-f(-2)}$의 값은?

① -8 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 8

310

함수 $f(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=1$이면 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 연속이다.

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이면 $f'(0)=0$이다.

ㄷ. $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$가 존재하면 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

311

함수 $f(x)$가 임의의 두 양수 x, y에 대하여
$f(xy)=f(x)+f(y)$를 만족시키고, $f'(1)=15$일 때, $f'(3)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

312

평가원기출 | 선행 276 |

다항함수 $f(x)$는 모든 실수 x, y에 대하여
$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy-1$을 만족시킨다.

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f'(x)}{x^2-1}=14$$

일 때, $f'(0)$의 값을 구하시오.

313

| 선행 238 |

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

(가) 다항식 $f(x)$를 $(x-3)^2$으로 나누었을 때의 몫은 $g(x)$이다.
(나) 다항식 $g(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 2이다.
(다) $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-g(x)}{x-2}=3$

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

314

평가원기출

최고차항의 계수가 1이 아닌 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2-f(x^2)}{x^3f(x)}=4$
(나) $\lim_{x\to0}\frac{f'(x)}{x}=4$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

315

다항함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, $y(x\neq y)$에 대하여

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=f'\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

를 만족시키고, $f(0)=-1$, $f'(0)=1$, $f'(1)=0$일 때 $f(2)$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

316

미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(-2)$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $f'(x)$는 $x=-2$에서 연속이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $2x^2f(x)=(x^2-4)f'(x)-4x$이다.

317

함수 $f(x)=\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{k}x^{k+1}+\sum_{k=1}^{15}\frac{1}{k+1}x^k$에 대하여

$\lim_{h\to 0}\frac{1}{2h}\{f(1+3h)-f(1-h)\}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

02 도함수의 활용 (1)

| 이전 학습 내용 |

• **직선의 방정식** 수학 Ⅲ. 도형의 방정식

점 (x_1, y_1)을 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은

$y-y_1=m(x-x_1)$

• **미분계수의 기하적 의미** 01 미분계수와 도함수

$f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 기울기이다.

현재 학습 내용

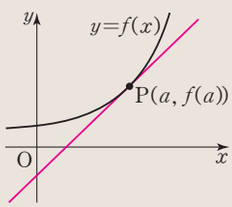
• **접선의 방정식** 유형 01 접선의 방정식

1. 접선의 방정식

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

$f'(a)$: 접선의 기울기

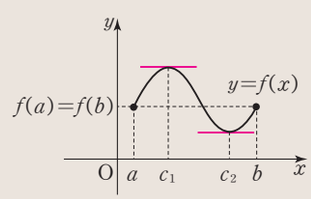


• **평균값 정리** 유형 02 롤의 정리와 평균값 정리

1. 롤의 정리

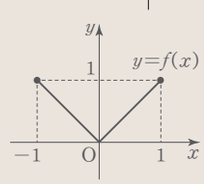
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$이면 $f'(c)=0$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

열린구간 (a, b)에서 곡선 $y=f(x)$는 기울기가 0인 접선을 가진다.



열린구간에서 미분가능하지 않으면 롤의 정리는 성립하지 않는다.

예 $f(x)=|x|$는 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 연속이고 $f(-1)=f(1)=1$이지만 $f'(c)=0$인 c가 열린구간 $(-1, 1)$에 존재하지 않는다.



2. 평균값 정리

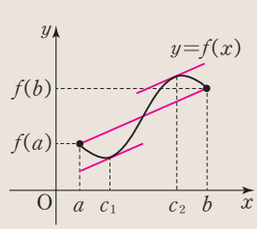
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능하면

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 평균변화율

$x=c$에서의 순간변화율



▶ 열린구간 (a, b)에서 곡선 $y=f(x)$는 기울기가 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$인 접선을 가진다.

▶ 평균값 정리에서 $f(a)=f(b)$일 때가 롤의 정리이므로 평균값 정리는 롤의 정리를 일반화한 것이라 볼 수 있다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 접선의 방정식

곡선 위의 한 점에서의 미분계수가 그 점에서의 접선의 기울기임을 이용하여 접선의 방정식을 구하는 문제, 문제에서 직접적으로 접선을 구하도록 언급하지는 않지만 문제의 조건을 만족시키는 상황이 결국 곡선에 접할 때임을 묻는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

접점의 좌표, 접선의 기울기, 곡선 밖의 점이 각각 주어질 때 접선의 방정식을 어떻게 구하는지 문제를 풀면서 학습하자. 접점의 좌표가 주어지지 않은 경우에는 보통 접점의 x좌표를 미지수로 놓고 식을 세우면 접선의 방정식을 구할 수 있다.

318 빈출

다음 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 구하시오.

(1) $y=2x^2-3x-1$, $(1,\ -2)$

(2) $y=x^3-2x^2+1$, $(2,\ 1)$

319 빈출

곡선 $y=x^2+x+3$에 접하고 기울기가 3인 접선의 방정식을 구하시오.

320

직선 $y=5x-1$에 평행하고 곡선 $y=x^2-x+4$에 접하는 직선의 방정식이 $y=f(x)$일 때, $f(2)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

321

곡선 $y=3x^3-5x+3$과 직선 $y=4x+a$가 접하도록 하는 양수 a의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

322 빈출

점 $(0,\ 2)$에서 곡선 $y=x^3+x$에 그은 접선의 x절편은?

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

323 빈출

점 $(2,\ 4)$에서 곡선 $y=-x^2+4x-1$에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 접선의 y절편은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

324

점 $(0,\ 1)$에서 곡선 $y=x^2-2x+2$에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{5}$
④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{7}$

유형 02 롤의 정리와 평균값 정리

롤의 정리, 평균값 정리를 만족시키는 값을 구하는 문제, 롤의 정리, 평균값 정리와 관련한 증명 문제, 롤의 정리, 평균값 정리를 응용하여 푸는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP
롤의 정리, 평균값 정리와 관련한 증명 문제가 서술형으로 출제될 수 있으니 각 정리가 성립되기 위한 조건과 그 내용을 정확하게 알아두도록 하자. 또한, 직접적으로 평균값 정리를 언급하고 있지 않은 고난도 문제들에서 평균값 정리를 응용하여 풀기 위하여 내용을 정확히 숙지하자.

325 빈출

함수 $f(x)=x^2+4x$에 대하여 닫힌구간 $[-4,\ 0]$에서 롤의 정리를 만족시키는 실수 c의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

326 빈출

함수 $f(x)=x^3-2x+2$에 대하여 닫힌구간 $[-1,\ 2]$에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

327

지상 10 m 높이에서 똑바로 위로 쏘아 올린 물 로켓의 t초 후의 높이를 $f(t)$ m라 할 때, $f(t)=-\frac{3}{2}t^2+15t+10$이다. 다음은 닫힌구간 $[0,\ 6]$에서 평균값 정리를 만족시키는 c의 값을 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

> 함수 $f(t)$는 구간 $[0,\ 6]$에서 (가) 이고,
> 구간 $(0,\ 6)$에서 (나) 하므로
> $\frac{f(6)-f(0)}{6-0}=$ (다) …… ㉠
> 인 c가 구간 $(0,\ 6)$에 적어도 하나 존재한다.
> $\frac{f(6)-f(0)}{6-0}=6$이고, $f'(t)=$ (라) 이므로
> ㉠을 만족시키는 c의 값을 구하면
> $c=$ (마) 이다.

① (가) : 연속 ② (나) : 미분가능
③ (다) : 0 ④ (라) : $-3t+15$
⑤ (마) : 3

328 서술형

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 열린구간 $(a,\ b)$에서 미분가능하며 구간 $(a,\ b)$의 모든 x에 대하여 $f'(x)=0$이면 함수 $f(x)$는 구간 $[a,\ b]$에서 상수함수임을 증명하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 접선의 방정식

329

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{f(x^2)-4}{x-2}=-8$일 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(4,\ f(4))$에서의 접선의 방정식은?

① $y=-x+12$ ② $y=-x+10$
③ $y=-x+8$ ④ $y=-2x+12$
⑤ $y=-2x+10$

330

| 선행 318 |

곡선 $y=x^3+ax^2+(2a-1)x+a+4$는 실수 a의 값에 관계없이 항상 점 P를 지날 때, 점 P에서의 접선의 방정식을 구하시오.

331

평가원기출

곡선 $y=x^3$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ t^3)$에서의 접선과 원점 사이의 거리를 $f(t)$라 하자. $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t}=\alpha$일 때, 30α의 값을 구하시오.

332

곡선 $y=-x^3-x^2+4$ 위의 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$에서의 접선이 이 곡선과 만나는 접점이 아닌 다른 한 점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

333

선생님 Pick! 평가원기출

삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1,\ 2)$에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$의 값은?

① -18 ② -17 ③ -16
④ -15 ⑤ -14

334

빈출

곡선 $y=x^3-3x^2+5x+1$의 접선 중 기울기가 최소인 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

335 서술형

| 선행 319 |

곡선 $y=x^3-x+3$에 접하는 직선 중 직선 $x+2y-3=0$과 수직인 접선은 두 개 있다. 이 두 접선 사이의 거리를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

336

| 선행 320 |

곡선 $y=x^3-6x^2+9x$ 위의 점 $(0,\ 0)$에서의 접선과 평행한 또 다른 접선이 점 $(a,\ -5)$를 지날 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

337

곡선 $y=x^3+kx^2+2$에 접하고 기울기가 -3인 두 직선의 접점의 x좌표를 p, q라 할 때, $p^2+q^2-4pq=30$이 성립한다. 상수 k의 값은? (단, $k>3$)

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

338

직선 $y=mx+3$이 곡선 $y=x^3+1$에 접할 때, 상수 m의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

339 빈출

| 선행 324 |

좌표평면 위의 원점 O에서 곡선 $y=x^4-2x^2+8$에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 구하시오.

340

점 $(-2,\ 1)$에서 곡선 $y=x^2-4x+2$에 그은 두 접선의 기울기를 각각 m_1, m_2라 할 때, m_1m_2의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

341

평가원변형

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ 3)$에서의 접선과 곡선 $y=(x+1)f(x)$ 위의 점 $(0,\ 1)$에서의 접선이 서로 평행할 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

342

곡선 $y=x^3+3x^2+4$를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동하였더니 곡선 $y=x^2-5x$ 위의 점 $(1,\ -4)$에서의 접선과 접하였다. 상수 k의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

343

평가원기출

원점을 지나고 곡선 $y=-x^3-x^2+x$에 접하는 모든 직선의 기울기의 합은?

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$
④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

344

곡선 $y=x^2-4x+6$ 위의 점과 직선 $y=2x-5$ 사이의 거리의 최솟값은?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

345

함수 $y=-x^2+5x$의 그래프가 x축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 A라 하자. 그래프 위의 점 B$(1,\ 4)$에 대하여 점 P가 이 함수의 그래프를 따라서 두 점 A, B 사이를 움직일 때, 삼각형 ABP의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P의 좌표와 그때의 삼각형 ABP의 넓이를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 02 롤의 정리와 평균값 정리

346 서술형

롤의 정리를 이용하여 평균값 정리를 증명하시오.

347

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)=1$, $f(3)=2$, $f(4)=7$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f'(x)=2$인 x가 열린구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다.
ㄴ. $f'(x)=5$인 x가 열린구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다.
ㄷ. $g(x)=f(x)-\frac{x}{2}$에 대하여 $g'(x)=0$인 x가 열린구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

348

미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to\infty} f'(x)=2$일 때, $\lim_{x\to\infty}\{f(x+3)-f(x-3)\}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 6
④ 12 ⑤ 24

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

좌표평면 위의 원점 O에서 곡선 $y=x^4-2x^2+8$에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q라 할 때,
조건①　　조건②
삼각형 OPQ의 넓이를 구하시오.
답

유형01 접선의 방정식 339

스키마 schema　주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1단계

조건
- ① 원점 O에서 곡선 $y=x^4-2x^2+8$에 그은 접선 → 기울기 $y'=4x^3-4x$
- 접점 $(t,\ t^4-2t^2+8)$
- $y=(4t^3-4t)x-3t^4+2t^2+8$
- ② 두 접점 P, Q

원점에서 곡선에 그은 접선의 접점의 좌표를 $(t,\ t^4-2t^2+8)$이라 하자.
함수 $y=x^4-2x^2+8$의 도함수는
$y'=4x^3-4x$이므로
곡선 위의 점 $(t,\ t^4-2t^2+8)$에서의 접선의 기울기는 $4t^3-4t$이고
접선의 방정식은
$y-(t^4-2t^2+8)=(4t^3-4t)(x-t)$
즉, $y=(4t^3-4t)x-3t^4+2t^2+8$

2단계

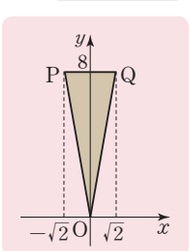
조건
- ① 원점 O에서 곡선 $y=x^4-2x^2+8$에 그은 접선 — 기울기 $y'=4x^3-4x$
- 접점 $(t,\ t^4-2t^2+8)$
- $y=(4t^3-4t)x-3t^4+2t^2+8$
- 지나는 점 $(0,\ 0)$
- ② 두 접점 P, Q → $(\sqrt{2},\ 8),\ (-\sqrt{2},\ 8)$ ← $t=\pm\sqrt{2}$

이 직선이 원점을 지나므로
$0=-3t^4+2t^2+8$
$3t^4-2t^2-8=0$
$(3t^2+4)(t^2-2)=0$
$t^2=2,\ t=\pm\sqrt{2}$
$y=x^4-2x^2+8$에서
$x=\pm\sqrt{2}$일 때 $y=8$이므로
두 접점의 좌표는 각각
$(\sqrt{2},\ 8),\ (-\sqrt{2},\ 8)$이다.

3단계

조건
- ① 원점 O에서 곡선 $y=x^4-2x^2+8$에 그은 접선 — 기울기 $y'=4x^3-4x$
- 접점 $(t,\ t^4-2t^2+8)$
- $y=(4t^3-4t)x-3t^4+2t^2+8$
- 지나는 점 $(0,\ 0)$
- ② 두 접점 P, Q — $(\sqrt{2},\ 8),\ (-\sqrt{2},\ 8)$ — $t=\pm\sqrt{2}$

답　삼각형 OPQ의 넓이 →



→ $8\sqrt{2}$

삼각형 OPQ는 밑변의 길이가 $2\sqrt{2}$, 높이가 8이므로 넓이는
$\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}$이다.

답 $8\sqrt{2}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)=1$, $f(3)=2$, $f(4)=7$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

조건① 조건② 답

보기

ㄱ. $f'(x)=2$인 x가 열린구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다.
ㄴ. $f'(x)=5$인 x가 열린구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다.
ㄷ. $g(x)=f(x)-\frac{x}{2}$에 대하여 $g'(x)=0$인 x가 열린구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

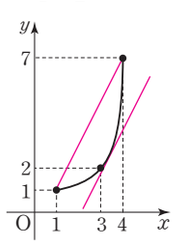
유형 02 롤의 정리와 평균값 정리 347

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
- ② $f(1)=1$, $f(3)=2$, $f(4)=7$ → $\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=2$
- ① $f(x)$: 다항함수 → 연속, 미분가능
- ㄱ. $f'(x)=2$

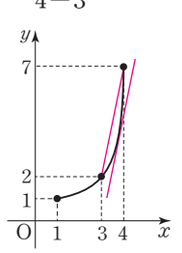


→ ㄱ (참)

$f(x)$는 다항함수이므로 실수 전체에서 연속이고, 미분가능하다.
ㄱ. $f(1)=1$, $f(4)=7$이므로 평균값 정리에 의하여
$f'(c)=\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=\frac{7-1}{3}=2$
인 c가 구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다. (참)

2 단계

조건
- ② $f(1)=1$, $f(3)=2$, $f(4)=7$ → $\frac{f(4)-f(3)}{4-3}=5$
- ① $f(x)$: 다항함수 → 연속, 미분가능
- ㄴ. $f'(x)=5$

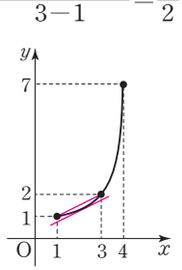


→ ㄴ (참)

ㄴ. $f(3)=2$, $f(4)=7$이므로 평균값 정리에 의하여
$f'(c)=\frac{f(4)-f(3)}{4-3}=\frac{7-2}{1}=5$
인 c가 구간 $(3, 4)$에 적어도 하나 존재하므로 구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다. (참)

3 단계

조건
- ② $f(1)=1$, $f(3)=2$, $f(4)=7$ → $\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{1}{2}$
- ① $f(x)$: 다항함수 → 연속, 미분가능
- ↓ ㄷ. $g(x)=f(x)-\frac{x}{2}$
- ↓ $g'(x)=0 \Longleftrightarrow f'(x)=\frac{1}{2}$



→ ㄷ (참) → ㄱ, ㄴ, ㄷ → 옳은 것 → 답

ㄷ. $g'(x)=0$은 $f'(x)=\frac{1}{2}$인 것과 같다.
$f(1)=1$, $f(3)=2$이므로 평균값 정리에 의하여
$f'(c)=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2}$
인 c가 구간 $(1, 3)$에 적어도 하나 존재하므로 $g'(x)=0$인 x가 구간 $(1, 4)$에 적어도 하나 존재한다. (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

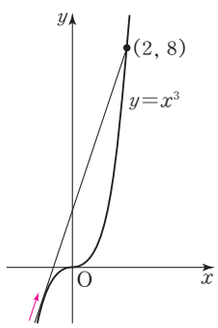
답 ⑤

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

349

그림과 같이 곡선 $y=x^3$ 모양의 도로가 있다. 이 곡선 도로를 따라 화살표 방향으로 주행하던 차량이 곡선 도로 위의 점 $(2,\ 8)$ 지점까지 다음과 같은 방법에 따라 이동할 수 있도록 직선 도로를 만들려고 할 때, 만들려고 하는 도로의 길이는?

(단, 도로의 폭은 무시한다.)



곡선 도로 위를 달리는 자동차는 그 곡선의 접선 방향으로 나아가려는 성질이 있다. 그러므로 곡선 도로를 빠져 나가는 지점과 연결되는 직선 도로는 그 지점에서의 곡선 도로의 접선과 일치하도록 만든다.

① $2\sqrt{15}$ ② $\sqrt{70}$ ③ $4\sqrt{5}$
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 10

350

최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f(0)}{f\left(\frac{1}{2}\right)}$의 값을 구하시오.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)f'(x)}{x^5}=12$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{(x-1)f'(x-1)}=1$

351

다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, Mm의 값은?

(가) 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[0,\ 3]$에서 연속이고 열린구간 $(0,\ 3)$에서 미분가능하다.
(나) $0<t<3$인 모든 t에 대하여 $|f'(t)|\le4$이다.
(다) $f(0)=1$

① -120 ② -143 ③ -168
④ -195 ⑤ -224

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

352

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

(가) $f(-1)=-4$, $f(4)=11$
(나) $-1<x<4$인 모든 x에 대하여 $f'(x)\le 3$이다.

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

353

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프와 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프는 세 점 $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 1)$을 모두 지난다.
(다) 1이 아닌 모든 실수 x에 대하여 $-2\le f'(x)\le 2$이다.

354

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3$에 대하여 구간 $[-5, 0]$에 속하는 서로 다른 임의의 두 실수 a, b에 대하여 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=k$를 만족시키는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

03 도함수의 활용 (2)

현재 학습 내용

• 함수의 증가와 감소

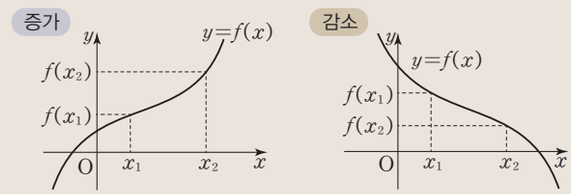
유형01 함수의 증가와 감소

1. 함수의 증가와 감소의 정의

함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다고 한다.



2. 도함수를 이용한 증가와 감소의 판정

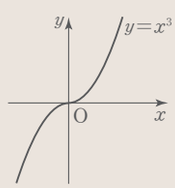
(1) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능하고, 이 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

주의 일반적으로 위의 역은 성립하지 않는다.

예 $f(x)=x^3$은 실수 전체의 집합에서 증가하지만 $f'(0)=0$이다.



(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능하고, 이 구간에서

① 함수 $f(x)$가 증가하면 $f'(x)\geq 0$이다.

② 함수 $f(x)$가 감소하면 $f'(x)\leq 0$이다.

$f'(x)=0$이 되는 x의 값은 증가 또는 감소하는 구간에 동시에 포함될 수 있다.

예 $f(x)=x^3$은 구간 $(-\infty, 0]$에서 감소하고, 구간 $[0, \infty)$에서 증가한다.

• 함수의 극대와 극소

유형02 함수의 극대와 극소 (1)

유형03 함수의 극대와 극소 (2)

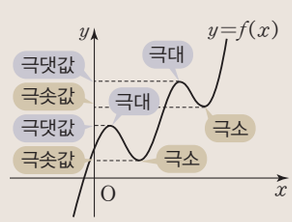
1. 함수의 극대와 극소의 정의

함수 $f(x)$가 a를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f(x)\leq f(a)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 **극대**라 하고, $f(a)$를 **극댓값**이라 한다.

② $f(x)\geq f(a)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 **극소**라 하고, $f(a)$를 **극솟값**이라 한다.

이때 극댓값과 극솟값을 통틀어 **극값**이라 한다.



극댓값이 극솟값보다 작은 경우도 있다.

2. 도함수를 이용한 극대와 극소의 판정

(1) **극값과 미분계수**

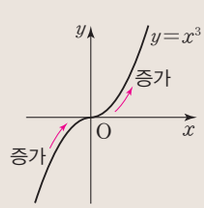
a를 포함하는 어떤 열린구간에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

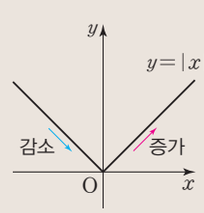
주의 ▶ 일반적으로 위의 역은 성립하지 않는다.

예 $f(x)=x^3$은 $f'(0)=0$이지만 $x=0$에서 극값을 갖지 않는다.

▶ $x=a$에서 극값을 가지더라도 $f'(a)$가 존재하지 않을 수 있다.

예 $f(x)=|x|$는 $x=0$에서 극소이지만 $f'(0)$은 존재하지 않는다.



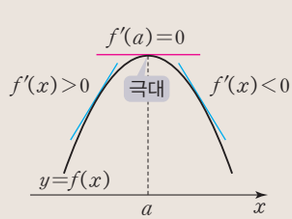


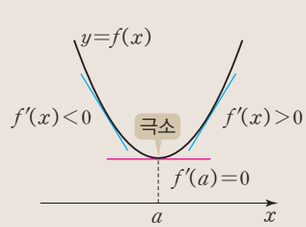
(2) **함수의 극대와 극소의 판정**

a를 포함하는 어떤 열린구간에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 값의 부호가

① 양$(+)$에서 음$(-)$으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이고, 극댓값은 $f(a)$이다.

② 음$(-)$에서 양$(+)$으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이고, 극솟값은 $f(a)$이다.





이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

| 이전 학습 내용 |

현재 학습 내용

• **함수의 그래프와 함수의 최대·최소** 유형06 함수의 그래프

1. 함수의 그래프

미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같은 순서로 그린다.

① 도함수 $f'(x)$를 구하여 $f'(x)=0$인 x의 값을 구한다.

② $f'(x)$의 부호를 조사하여 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내고, 함수 $f(x)$의 극대와 극소를 조사하여 극값을 구한다.

③ 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 또는 y축의 교점의 좌표를 구한다.

④ 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그린다.

• **최대 · 최소 정리** I. 함수의 극한과 연속_02 함수의 연속

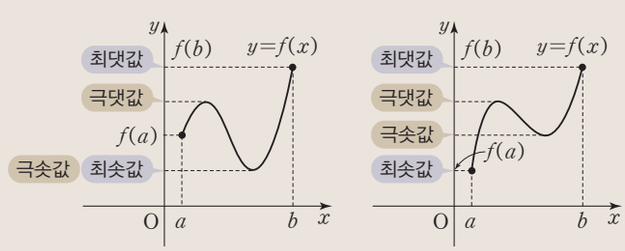
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

유형04 함수의 최대·최소

유형05 최대·최소의 활용

2. 함수의 최대 · 최소

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 이 구간에서 극댓값, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.



극댓값과 극솟값이 반드시 최댓값과 최솟값이 되는 것은 아니다.

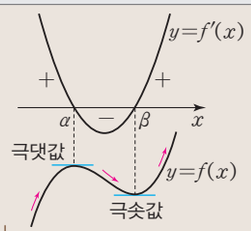
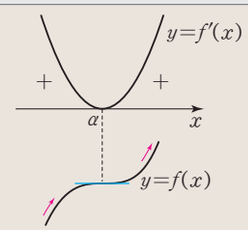
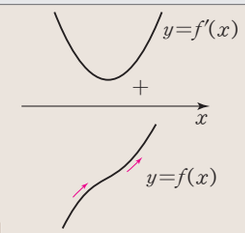
▶ 연속함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 극값을 갖지 않으면 구간 $[a, b]$에서 증가 또는 감소하므로 $f(a)$와 $f(b)$가 최댓값 또는 최솟값이 된다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

현재 학습 내용

• **삼차함수 · 사차함수의 그래프의 개형** 유형 06 함수의 그래프

1. 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a>0)$의 그래프의 개형

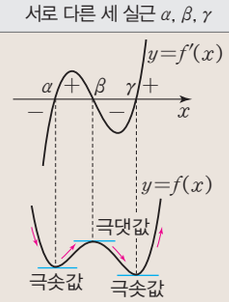
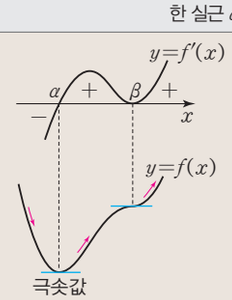
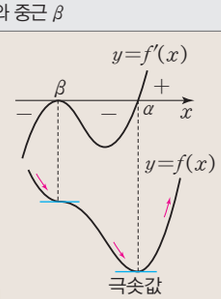
방정식 $f'(x)=0$의 근	서로 다른 두 실근 α, β	중근 α	두 허근
$y=f'(x)$의 그래프 $y=f(x)$의 그래프			

극댓값과 극솟값을 모두 갖는다.
(두 번 꺾인다.)
이때만 극값을 갖는다.

실수 전체의 집합에서 증가한다.
극값을 갖지 않는다.

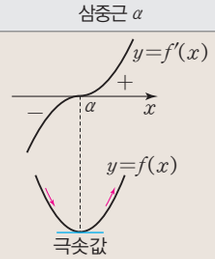
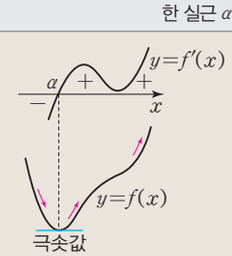
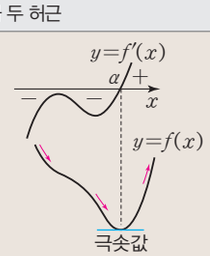
최고차항의 계수가 음수인 경우는 위의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동시키면 된다.

2. 사차함수 $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (a>0)$의 그래프의 개형

방정식 $f'(x)=0$의 근	서로 다른 세 실근 α, β, γ	한 실근 α와 중근 β	
$y=f'(x)$의 그래프 $y=f(x)$의 그래프			

극댓값과 극솟값을 모두 갖는다.
(세 번 꺾인다.)
이때만 극값을 갖는다.

극솟값만 갖는다.

방정식 $f'(x)=0$의 근	삼중근 α	한 실근 α와 두 허근	
$y=f'(x)$의 그래프 $y=f(x)$의 그래프			

최고차항의 계수가 음수인 경우는 위의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동시키면 된다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 함수의 증가와 감소

다항함수가 증가 또는 감소하는 구간을 찾거나 증가 또는 감소할 조건을 이용하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

어떤 구간에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$가 그 구간에서 증가하고, $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$가 그 구간에서 감소한다. 이때 그 역은 성립하지 않는다.
한편, $f(x)$가 다항함수(상수함수 제외)이면 $f'(x)\geq 0$인 구간에서 $f(x)$는 증가, $f'(x)\leq 0$인 구간에서 $f(x)$는 감소하게 되며, 이때 이 명제의 역도 성립한다.

355

다음 중 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x+2$가 증가하는 구간이 아닌 것은?

① $(-8,\ -4)$ ② $(-4,\ -1)$ ③ $(-1,\ 4)$
④ $(3,\ 6)$ ⑤ $(4,\ 10)$

356 빈출

함수 $f(x)=x^3-3x^2+4$가 감소하는 구간이 $[a,\ b]$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

357

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+bx+3$이 감소하는 구간이 $[-1,\ 3]$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 실수이다.)

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

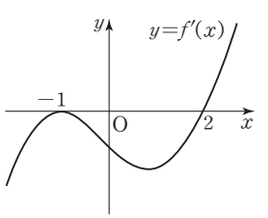
358 빈출

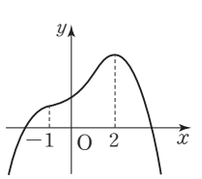
함수 $f(x)=x^3+ax^2+2ax+1$이 구간 $(-\infty,\ \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

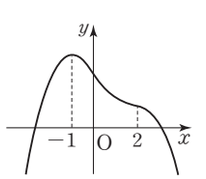
① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

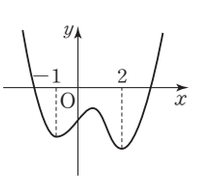
359

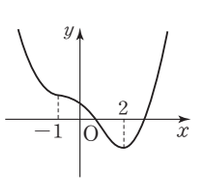
함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

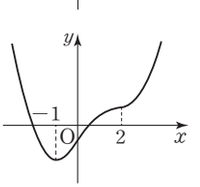


①


②


③


④


⑤


이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 02 함수의 극대와 극소 (1)

함수의 극대와 극소에서는
(1) 다항함수 $f(x)$의 극값을 구하는 문제
(2) 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가질 때 $f'(a)=0$임을 이용하는 문제
(3) 다항함수 $f(x)$가 극값을 갖기 위한 조건을 묻는 문제
를 분류하였다.

유형 해결 TIP
다항함수 $f(x)$가 주어지면 도함수 $f'(x)$를 구하고, $f'(x)=0$이 되는 x의 값을 찾아 그 값을 기준으로 함수의 증가, 감소를 파악하고, 극대, 극소를 갖는지 파악하여 극댓값과 극솟값을 구한다.
이때 $f'(x)=0$을 만족시키는 x의 값에서 반드시 극값을 가지는 것은 아님에 주의하자.

360 서술형

함수 $f(x)=x^3-3x+1$에 대하여 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 함수 $f(x)$의 도함수를 구하시오.
(2) 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내시오.

x	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$
$f'(x)$					
$f(x)$					

(3) (2)의 표를 이용하여 함수 $f(x)$의 극값을 구하고, 이를 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프를 그리시오.

361 빈출

함수 $f(x)=-2x^3+3x^2$의 극댓값을 M, 극솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

362

함수 $f(x)=x^4-2x^2-1$의 서로 다른 모든 극값의 합을 구하시오.

363

함수 $f(x)=x(x-3)^2+a$의 극댓값이 9일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

364

함수 $f(x)=kx^3+3kx^2+4$의 극댓값과 극솟값의 차가 12일 때, 상수 k의 값은? (단, $k>0$)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

365

함수 $f(x)=2x^3+ax^2-12x+2$가 $x=-1$에서 극댓값을 가질 때, 극솟값은? (단, a는 상수이다.)

① -18 ② -16 ③ -14
④ -12 ⑤ -10

366

함수 $f(x)=x^3+6x^2+2ax+1$이 극댓값과 극솟값을 모두 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a<6$ ② $a\le 6$ ③ $a>6$
④ $a\ge 6$ ⑤ $-6<a<6$

367 빈출

함수 $f(x)=x^3+ax^2-4ax+1$이 극값을 갖지 않도록 하는 정수 a의 개수는?

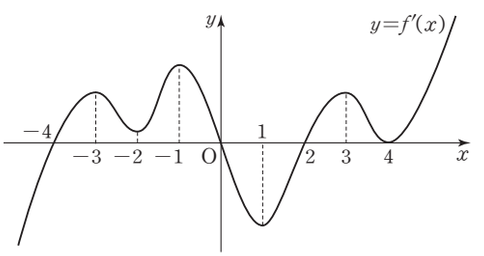
① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

유형 03 함수의 극대와 극소 (2)

도함수가 주어진 함수의 극대와 극소에서는
(1) 함수 $f(x)$의 그래프 또는 도함수 $f'(x)$의 그래프가 주어질 때 극값을 갖는 x의 값을 찾는 문제
(2) 함수의 증가 · 감소, 극대 · 극소와 도함수와의 관계에 대한 참, 거짓을 판단하도록 하는 합답형 문제
를 분류하였다.

368

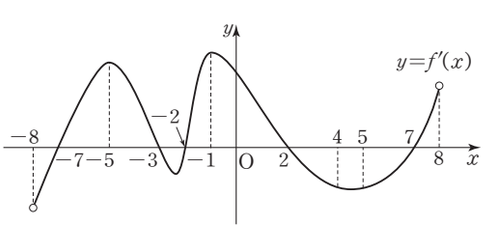
함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $f(x)$가 극값을 갖는 모든 x의 값의 개수는?



① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

369

구간 $(-8, 8)$에서 정의된 함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $f(x)$가 극댓값을 갖는 x의 값의 합을 a, 극솟값을 갖는 x의 값의 합을 b라 할 때, $a-b$의 값은?

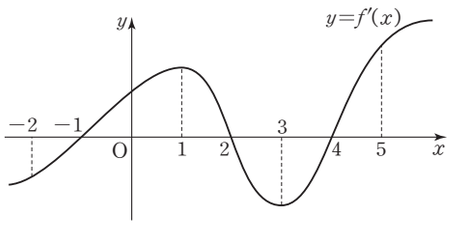


① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

370 빈출

함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 함수 $f(x)$에 대한 설명으로 옳은 것은?



① 구간 $(1, 2)$에서 감소한다.
② 구간 $(4, 5)$에서 증가한다.
③ $x=1$에서 극댓값을 갖는다.
④ $x=2$에서 극솟값을 갖는다.
⑤ 극값을 갖는 점의 개수는 4이다.

371

다항함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 a, b에 대하여 $a<b$일 때 $f(a)<f(b)$를 만족시킨다. 다음 중 옳은 것은?

① 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 감소한다.
② 함수 $f(x)$는 적어도 하나의 극값을 갖는다.
③ 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\geq 0$이다.
④ $f'(x)=0$을 만족시키는 실수 x가 존재하지 않는다.
⑤ 함수 $y=f(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

372

연속함수 $f(x)$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f'(a)=0$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극값을 갖는다.
② 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.
③ $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 값의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.
④ $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(a)\leq f(x)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.
⑤ 함수 $f(x)$가 극대, 극소가 되는 점이 각각 하나씩만 존재하면 극댓값은 극솟값보다 항상 크다.

유형 04 함수의 최대 · 최소

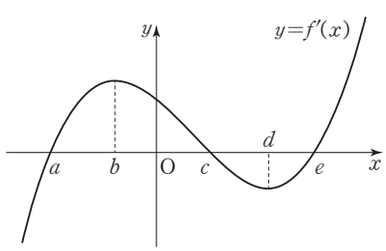
주어진 범위에서 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

최대 · 최소 정리에 의하여 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다. 이때 최댓값 또는 최솟값을 가질 수 있는 점은 극대 또는 극소인 점이거나 구간의 양 끝점이다. 따라서 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 모든 극값과 $f(a)$, $f(b)$의 값을 비교하여 최댓값과 최솟값을 구한다.

373

사차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $a\leq x\leq e$에서 함수 $f(x)$의 최댓값은?



① $f(a)$ ② $f(b)$ ③ $f(c)$
④ $f(d)$ ⑤ $f(e)$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

374 빈출

닫힌구간 $[-3, 0]$에서 함수 $f(x)=x^3-12x+5$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 26 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 34

375

닫힌구간 $[-4, -1]$에서 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+x^3+1$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{11}{2}$ ③ $-\frac{21}{4}$
④ -5 ⑤ $-\frac{19}{4}$

376

닫힌구간 $[-1, 2]$에서 함수 $f(x)=-x^3-3x^2+9x-4$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

377 빈출

닫힌구간 $[-1, 1]$에서 함수 $f(x)=x^3+6x^2+k$의 최댓값이 8일 때, 이 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값은? (단, k는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

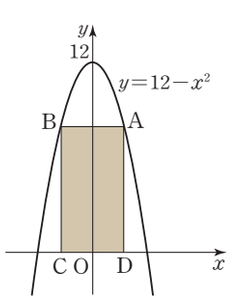
유형 05 최대 · 최소의 활용

실생활 또는 도형과 관련된 함수식을 찾아 최대 · 최소를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP
미지수를 x로 두고 주어진 조건을 만족시키는 함수식을 찾을 때 x의 값의 범위를 찾아 주어진 구간에서 함수의 최대 · 최소를 구한다.

378

그림과 같이 한 변이 x축 위에 있고, 곡선 $y=12-x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은?



① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

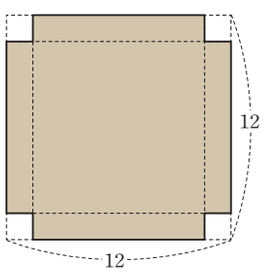
379

밑면의 반지름의 길이와 높이의 합이 15인 원기둥의 부피의 최댓값은?

① 200π ② 300π ③ 400π
④ 500π ⑤ 600π

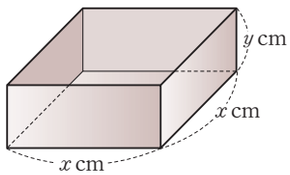
380 빈출 교육청변형

한 변의 길이가 12인 정사각형 모양의 종이가 있다. 그림과 같이 네 모퉁이에서 크기가 같은 정사각형 모양의 종이를 잘라 낸 후 남는 부분을 접어서 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 상자의 부피의 최댓값을 구하시오.



381

그림과 같이 한 변의 길이가 x cm인 정사각형을 밑면으로 하고, 높이가 y cm인 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들려고 한다. 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 96 cm일 때, 직육면체의 부피가 최대가 되도록 하는 x의 값은?



① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

유형 06 함수의 그래프

함수의 증가 · 감소, 극대 · 극소를 조사하고, 대칭성이나 주어진 함수의 특징을 이용하여 함수의 그래프를 추론하거나 함수의 최댓값 등으로 새롭게 정의된 또 다른 함수를 파악하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

앞에서 배운 내용들을 포괄하는 종합적인 유형이고, 미분 단원에서 고난도 문항이 자주 출제되는 유형이므로 앞의 유형을 충분히 복습한 뒤 이 유형의 고난도 문항을 훈련하도록 하자.

382 교육청기출

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$의 극댓값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=f'(-x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값 0을 갖는다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 함수의 증가와 감소

383

다음은 '함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고 구간 (a, b)에서 미분가능할 때, 구간 (a, b)에서 $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.'를 증명하는 과정이다. (가)에 알맞은 내용과 (나)~(라)에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

증명

구간 $[a, b]$에 속하는 임의의 두 수 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$에 대하여

[(가)] 정리에 의하여

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=f'(c)$$

인 c가 x_1과 x_2 사이에 존재한다.

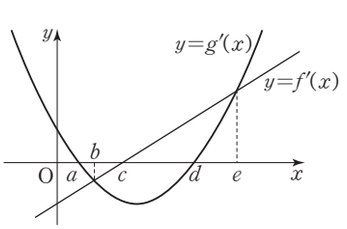
$f'(c)$ [(나)] 0이고, x_2-x_1 [(다)] 0이므로

$f(x_2)-f(x_1)$ [(라)] 0, 즉 $f(x_2)$ [(라)] $f(x_1)$이다.

따라서 함수 $f(x)$는 이 구간에서 감소한다.

384

이차함수 $f(x)$와 삼차함수 $g(x)$에 대하여 두 함수 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$의 그래프가 그림과 같다. 다음 중 함수 $h(x)=f(x)-g(x)$가 감소하는 구간인 것은?



① $[a, c]$ ② $[b, d]$ ③ $[c, d]$
④ $[d, e]$ ⑤ $[e, \infty)$

385 빈출

| 선행 358 |

함수 $f(x)=-x^3+kx^2-(k+6)x+2$가 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$를 만족시킬 때, 정수 k의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

386 빈출

함수 $f(x)=-x^3+2ax^2-3ax$가 일대일대응이 되도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

387 빈출

함수 $f(x)=x^3+(2-a)x^2+ax+3$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

388

함수 $f(x)=2x^3-ax^2+4ax-3$이 구간 $[-1, 1]$에서 감소하도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a\le-3$ ② $-3<a<1$ ③ $a\le-1$
④ $-1\le a\le3$ ⑤ $a\ge3$

389

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+(2-a)x+1$이 구간 $[-1, 2]$에서 증가하도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

390

함수 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+(a-3)x^2+(a-5)x+a$와 실수 t에 대하여 $x\le t$에서 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, 모든 실수 t에 대하여 $g(t)=f(t)$가 성립하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 02 함수의 극대와 극소 (1)

391

다음은 '함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고, a를 포함하는 어떤 열린구간에서 미분가능하면 $f'(a)=0$이다.'를 증명하는 과정이다.

증명

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극대이면 a를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\square f(a)$이다.
즉, 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 가지면 절댓값이 충분히 작은 실수 h $(h\ne0)$에 대하여
$f(a+h)\square f(a)$이므로
$h>0$이면 $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\square0$,
$h<0$이면 $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\square0$
이다.
함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하므로
$0\square\lim_{h\to0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\square0$
이다.
따라서 $f'(a)=0$이다.

(1) 위의 증명 과정에서 빈칸에 알맞은 부등호를 써넣으시오.
(2) 명제 '함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극값을 갖고, a를 포함하는 어떤 열린구간에서 미분가능하면 $f'(a)=0$이다.'의 역은 일반적으로 성립하지 않는다. 역이 성립하지 않는 예를 하나 구하시오.

392

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 극솟값 3을 가질 때, 곡선 $y=(x^2+2)f(x)$ 위의 $x=2$인 점에서의 접선의 y절편은?

① -6 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 6

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

393 빈출

함수 $f(x)=-2x^3+ax^2+bx+c$가 $x=-1$에서 극솟값 -3을 갖고, $x=2$에서 극댓값을 가질 때, $a+b+c$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

① 13 ② 16 ③ 19
④ 22 ⑤ 25

394 빈출

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$이 $x=-1$에서 극댓값 6을 가질 때, 극솟값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

395

교육청기출

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=1$
(나) 함수 $f(x)$는 $x=-1$과 $x=2$에서 극값을 갖는다.

$\lim_{h\to0}\frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$의 값은?

① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

396

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 실수 k의 값은?

(가) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-2}{x}=4$
(나) $\lim_{x\to0}\frac{f(x)g(x)-k}{x}=-2$
(다) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극값을 가진다.

① -4 ② -2 ③ -1
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

397

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오.

(가) $x=2$에서 극솟값 6을 갖는다.
(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 2)$에서의 접선의 방정식은 $y=12x+2$이다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

398

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 기울기가 4인 직선 l은 x좌표가 1인 점에서 만나고, x좌표가 -3인 점에서 접한다. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고, $x=b$에서 극솟값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하시오.

(단, a, b는 실수이다.)

399

선생님 Pick! 교육청기출

함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+10$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} b-f(x) & (x<3) \\ f(x) & (x\geq 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 함수 $g(x)$의 극솟값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

400

함수 $f(x)=2x^3-3x^2+ax$가 극값을 갖고 모든 극값의 합이 -10일 때, 상수 a의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

401

함수 $f(x)=-x^3+3x^2+ax+4$가 구간 $(-2, 3)$에서 극댓값과 극솟값을 모두 갖도록 하는 정수 a의 개수는?

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

402

빈출 서술형

삼차함수 $f(x)=-2x^3+ax^2+4a^2x-3$이 $-2<x<2$에서 극솟값을 갖고, $x>2$에서 극댓값을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

403

교육청기출

직선 $x=a$가 곡선 $f(x)=x^3-ax^2-100x+10$의 극대가 되는 점과 극소가 되는 점 사이를 지날 때, 정수 a의 개수를 구하시오.

404

함수 $f(x)=x^4-2x^3+ax^2-5$가 극댓값을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

405

함수 $f(x)=3x^4-4(a-2)x^3+6(a+1)x^2-48x$가 극댓값을 갖지 않도록 하는 정수 a의 개수는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

406

선생님 Pick! 교육청기출

삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$의 두 실근 α, β는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\alpha-\beta|=10$
(나) 두 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 사이의 거리는 26이다.

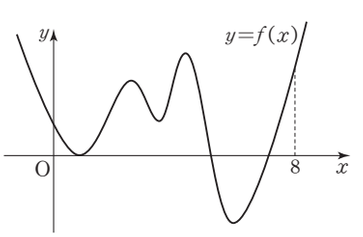
함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 차는?

① $12\sqrt{2}$ ② 18 ③ 24
④ 30 ⑤ $24\sqrt{2}$

유형 03 함수의 극대와 극소 (2)

407

미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



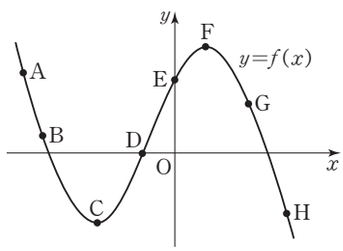
함수 $F(x)=\{f(x)\}^2$이라 할 때, $0<x<8$에서 방정식 $F'(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

408

그림과 같은 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 8개의 점 A, B, C, ⋯, H의 x좌표를 각각 a, b, c, ⋯, h라 하자. a, b, c, ⋯, h 중 부등식 $f(x)f'(x)\le 0$을 만족시키는 x의 값의 개수는?

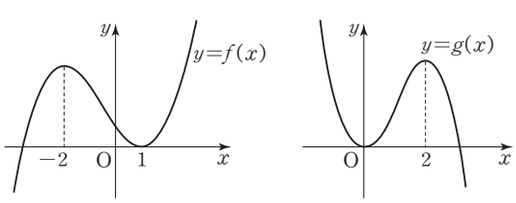
(단, 함수 $f(x)$는 $x=c$, $x=f$에서 극값을 갖는다.)



① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

409

두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



함수 $h(x)=f(x)g(x)$라 할 때, 양수인 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

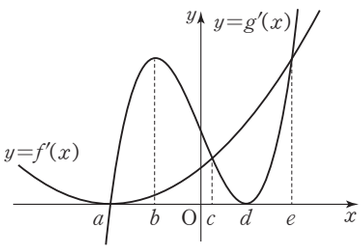
보기

ㄱ. $h'(1)$ ㄴ. $h'(2)$ ㄷ. $h'(-2)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

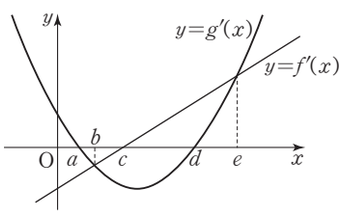
410

삼차함수 $f(x)$와 사차함수 $g(x)$에 대하여 두 함수 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $h(x)=f(x)-g(x)$가 극솟값을 갖는 x의 값을 구하시오.



411

이차함수 $f(x)$와 삼차함수 $g(x)$에 대하여 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것은?



① 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가한다.
② 함수 $y=f(x)-g(x)$는 $x=e$에서 극솟값을 갖는다.
③ $f(a)=g(a)$이면 $f(b)=g(b)$이다.
④ $f(b)=g(b)$이면 $f(c)>g(c)$이다.
⑤ 구간 (c, d)에서 $f(x)<g(x)$이다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

412

평가원기출

함수 $f(x)=x^3+6x^2+12x-2$에 대한 설명으로 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f'(x)>0$인 구간은 실수 전체의 집합이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty, \infty)$에서 증가한다.
ㄷ. 함수 $f(x)$는 극값을 갖지 않는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

413

평가원기출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x\geq 0) \\ g(x) & (x<0) \end{cases}$$

라 하자. $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

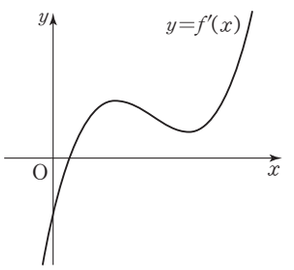
보기

ㄱ. $f(0)=g(0)$
ㄴ. $f'(0)=g'(0)$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.
ㄷ. $f'(0)g'(0)<0$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

414

사차함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$g'(x)=f'(|x|)$일 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대한 설명으로 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
ㄴ. 함수 $g(x)$는 극솟값과 극댓값이 각각 하나씩 존재한다.
ㄷ. 함수 $y=g(x)$의 그래프는 x축과 세 점에서 만난다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

415

함수 $f(x)=x^3+kx^2+12x+5$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

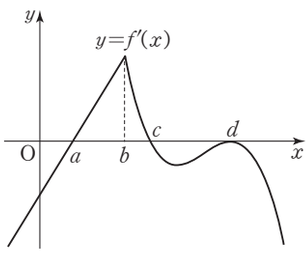
ㄱ. 곡선 $y=f(x)$에 접하는 기울기가 12인 직선이 존재한다.
ㄴ. $k=6$이면 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 극값을 갖는다.
ㄷ. $|k|\leq 5$이면 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

416

함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.



보기

ㄱ. $f(a)=f(c)$
ㄴ. $f(b)<f(c)$
ㄷ. 함수 $f(x)$는 3개의 극값을 갖는다.
ㄹ. 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 미분가능하지 않다.
ㅁ. 구간 (c, ∞)에 속하는 임의의 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)>f(x_2)$이다.

417

평가원기출

$x=0$에서 극댓값을 갖는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $|f(x)|$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(|x|)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $f(x)-x^2|x|$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

유형 04 함수의 최대·최소

418

닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $f(x)=x^4-10x^2+a$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m=9$일 때, 상수 a의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

419

함수 $f(x)=x^3+ax^2-3ax+b$에 대하여 $f'(-1)=-12$이고, $-1\le x\le 3$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 3일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -24 ② -21 ③ -18
④ -15 ⑤ -12

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

420

함수 $f(x)=ax^3-3ax^2+b$가 닫힌구간 $[-2, 1]$에서 최댓값 16, 최솟값 -24를 가질 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $a>0$)

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

421

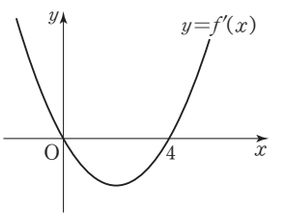
닫힌구간 $[a, a+1]$에서 함수 $f(x)=x^3-3x$의 최댓값이 2가 되도록 하는 모든 정수 a의 값의 합은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

422 서술형

함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $f(x)$의 극댓값이 8일 때, 구간 $[-1, 6]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(단, a, b, c는 상수이다.)



423

함수 $f(x)=ax^4-2x^3+4x^2+b$가 $x=-2$에서 최댓값 6을 가질 때, $f(1)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $-\frac{25}{4}$ ② -6 ③ $-\frac{23}{4}$
④ $-\frac{11}{2}$ ⑤ $-\frac{21}{4}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

424

두 함수 $f(x)=2x^4-4x^2+5$, $g(x)=-x^2+2ax+2a$가 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)\geq g(x_2)$를 만족시키도록 하는 정수 a의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

425

두 함수 $f(x)=-x^3+3x$, $g(x)=x^2-2x$에 대하여 함수 $(f\circ g)(x)$의 최댓값을 구하시오.

426

구간 $[-3, 1]$에서 함수 $f(x)=x^3+2x^2+4|x|+3$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

427

구간 $[1, \infty)$에서 함수 $f(x)=2x^3-3kx^2+7$의 최솟값이 -1이 되도록 하는 양수 k의 값을 구하시오.

428

교육청기출

등식 $x^2+3y^2=9$를 만족시키는 두 실수 x, y에 대하여 x^2+xy^2의 최솟값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 05 최대·최소의 활용

429

어떤 공장에서 제품 A를 하루에 x kg 생산하는 데 드는 비용을 $P(x)$원이라 하면 $P(x)=2x^3-90x^2+5000x+3000$이고, 이 제품의 1 kg당 판매 가격은 5000원이라 한다. 이익금이 최대가 되도록 하기 위해 하루에 생산해야 할 제품 A의 양은 a kg이고, 이익금의 최댓값은 b원이다. $\frac{b}{a}$의 값을 구하시오.

430

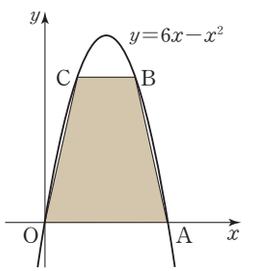
곡선 $y=x^2$ $(-1\le x\le 1)$ 위를 움직이는 점 P와 점 A$(1, 2)$에 대하여 두 점 A, P 사이의 거리가 최대가 될 때, 점 P의 좌표는 (a, b)이다. $b-a$의 값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

431 빈출

| 선행 378 |

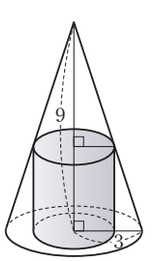
그림과 같이 곡선 $y=6x-x^2$이 x축과 만나는 두 점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하고, x축과 평행한 직선이 이 곡선과 제1사분면에서 만나는 두 점을 각각 B, C라 할 때, 사다리꼴 OABC의 넓이의 최댓값은?



① 28 ② 32 ③ 36
④ 40 ⑤ 44

432 빈출

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3, 높이가 9인 원뿔이 있다. 이 원뿔에 내접하는 원기둥 중 부피가 최대가 되는 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 a이고 그때의 부피는 b이다. $\frac{b}{a}$의 값은?



① 3π ② 6π ③ 9π
④ 12π ⑤ 15π

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

433

반지름의 길이가 3인 구에 내접하는 원기둥의 부피가 최대일 때, 원기둥의 부피는?

① $12\sqrt{2}\pi$ ② $12\sqrt{3}\pi$ ③ $12\sqrt{5}\pi$
④ $18\sqrt{2}\pi$ ⑤ $18\sqrt{3}\pi$

434

반지름의 길이가 5인 구에 내접하는 원뿔의 부피가 최대일 때, 원뿔의 높이는?

① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$
④ 7 ⑤ $\frac{22}{3}$

유형 06 함수의 그래프

435

함수 $f(x)=2x^3-3(a-1)x^2-6ax$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축에 접하도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

436

선생님 Pick! 교육청기출

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 3보다 작은 실수 a에 대하여 함수 $g(x)=|(x-a)f(x)|$가 $x=3$에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$의 극댓값이 32일 때, $f(4)$의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

437

| 선행 382 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 극댓값과 극솟값의 차를 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(2+x)=f'(2-x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극값을 갖는다.

438

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)+f'(1)$의 값은?

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값 4를 갖는다.
(나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 오직 0뿐이다.

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

439

교육청기출

원점을 지나는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(2+x)=f(2-x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$f(x)$의 극댓값을 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오.

440

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하시오.

(가) 임의의 양수 t에 대하여 구간 $[-t, t]$에서 함수 $f(x)$의 평균변화율은 0이다.
(나) 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 세 실근 α, β, 1을 갖고, $f(\alpha)+f(\beta)+f(1)=-2$, $f(\alpha)f(\beta)f(1)=0$이다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

441

함수 $f(x)=x^3-x^2-8x$와 실수 t에 대하여 $x\geq t$에서 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=a$에서만 미분가능하지 않을 때, 실수 a의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

442

선생님 Pick! 교육청기출

$a>0$인 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=|(x^2-9)(x+a)|$가 오직 한 개의 x의 값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$의 극댓값은?

① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

443

실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수 $f(x)=x^4-2x^2+9x+a$, $g(x)=4x^3-3x$의 그래프와 만나는 두 점 사이의 거리를 $h(t)$라 할 때, 함수 $h(t)$가 미분가능하지 않은 점이 2개가 되도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 기울기가 4인 직선 l은 x좌표가 1인 점에서 만나고,
조건① 조건② 조건③
x좌표가 -3인 점에서 접한다. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고, $x=b$에서 극솟값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하시오.
조건④ 답
(단, a, b는 실수이다.)

유형02 함수의 극대와 극소 (1) 398

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1단계

조건
- ② 직선 l의 기울기 4 → $l : y=4x+k$
- ③ $y=f(x)$와 l은 $x=1$에서 만나고, $x=-3$에서 접한다. → $f(x)=4x+k$의 중근 $x=-3$, 실근 $x=1$
- ① $f(x)$: 최고차항의 계수가 1인 삼차함수
- ④ $f(x)$가 $x=a$에서 극대, $x=b$에서 극소

직선 l은 기울기가 4이므로 $l : y=4x+k$ (k는 실수)라 하자. 이때 조건 ③에 의하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 l이 $x=-3$에서 접하고 $x=1$에서 만나므로 방정식 $f(x)=4x+k$는 $x=-3$을 중근으로 갖고, $x=1$을 다른 한 실근으로 갖는다.

2단계

조건
- ② 직선 l의 기울기 4 — $l : y=4x+k$
- ③ $y=f(x)$와 l은 $x=1$에서 만나고, $x=-3$에서 접한다. — $f(x)=4x+k$의 중근 $x=-3$, 실근 $x=1$
- ① $f(x)$: 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 → $f(x)-(4x+k)=(x+3)^2(x-1)$ → $f'(x)=(3x+7)(x+1)$
- ④ $f(x)$가 $x=a$에서 극대, $x=b$에서 극소

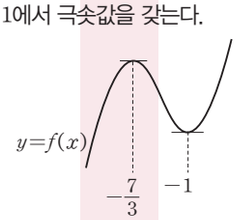
조건 ①에 의하여 $f(x)-(4x+k)$가 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이므로
$f(x)-(4x+k)=(x+3)^2(x-1)$
이다.
$f(x)=(x+3)^2(x-1)+4x+k$에서
$f'(x)=2(x+3)(x-1)+(x+3)^2+4$
$=(x+3)(3x+1)+4$
$=3x^2+10x+7=(3x+7)(x+1)$

3단계

조건
- ② 직선 l의 기울기 4 — $l : y=4x+k$
- ③ $y=f(x)$와 l은 $x=1$에서 만나고, $x=-3$에서 접한다. — $f(x)=4x+k$의 중근 $x=-3$, 실근 $x=1$
- ① $f(x)$: 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 — $f(x)-(4x+k)=(x+3)^2(x-1)$
- ④ $f(x)$가 $x=a$에서 극대, $x=b$에서 극소 — $f'(x)=(3x+7)(x+1)$

답 $a-b$의 값 → $-\frac{4}{3}$ ← $a=-\frac{7}{3}$, $b=-1$

$f'(x)$의 x^2의 계수가 양수이므로 함수 $f(x)$는 $x=-\frac{7}{3}$에서 극댓값을 갖고, $x=-1$에서 극솟값을 갖는다.



$\therefore a-b=-\frac{7}{3}-(-1)=-\frac{4}{3}$

답 $-\frac{4}{3}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

원점을 지나는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.
조건①　　조건②

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(2+x)=f(2-x)$이다.　　(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.
조건③　　조건④

$f(x)$의 극댓값을 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오.
답

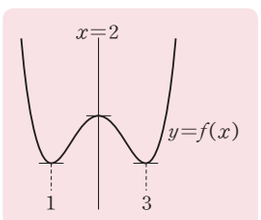
유형06 함수의 그래프 439

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

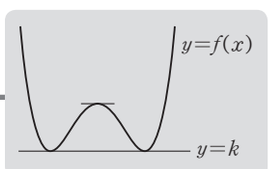
조건
- ② $f(x)$: 최고차항 계수 1인 사차함수 → 최고차항 양수
- ③ $f(2+x)=f(2-x)$ → $x=2$ 대칭
- ④ $f(x)$는 $x=1$에서 극소 → $x=3$에서 극소, $x=2$에서 극대
- ① 원점 지남



조건 ③에서 곡선 $y=f(x)$는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다. …… ㉠
이때 조건 ④에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극소이므로 ㉠에 의하여 함수 $f(x)$는 $x=3$에서도 극소이고, 두 극솟값은 서로 같다.
또한, 사차함수의 그래프의 개형에 의하여 $x=2$에서 극대이다.

2 단계

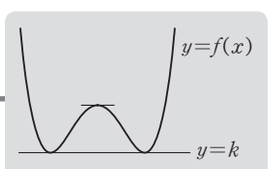
조건
- ② $f(x)$: 최고차항 계수 1인 사차함수
- ③ $f(2+x)=f(2-x)$
- ④ $f(x)$는 $x=1$에서 극소
- ① 원점 지남 → $f(0)=0$ → $k=-9$ → $f(x)=(x-1)^2(x-3)^2+k$



함수 $f(x)$의 극솟값을 k라 하면
$f(x)-k=(x-1)^2(x-3)^2$
즉, $f(x)=(x-1)^2(x-3)^2+k$
이고, 곡선 $y=f(x)$가 원점을 지나므로
$f(0)=9+k=0$
$\therefore k=-9$

3 단계

조건
- ② $f(x)$: 최고차항 계수 1인 사차함수
- ③ $f(2+x)=f(2-x)$
- ④ $f(x)$는 $x=1$에서 극소
- ① 원점 지남 — $f(0)=0$ — $k=-9$ — $f(x)=(x-1)^2(x-3)^2+k$



답 $f(x)$의 극댓값 → $a=f(2)=-8$ → a^2의 값 → 64

$f(x)=(x-1)^2(x-3)^2-9$에서
a가 함수 $f(x)$의 극댓값이고,
함수 $f(x)$가 $x=2$에서 극대이므로
$a=f(2)=-8$
$\therefore a^2=(-8)^2=64$

답 64

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

444

교육청변형

함수 $f(x)=x^3+6x^2+15|x-a|+3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값은?

① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

445

평가원기출 | 선행 388 |

함수 $f(x)=x^3-(a+2)x^2+ax$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 열린구간 $(0,\ 5)$에서 증가할 때, 실수 a의 최솟값을 구하시오.

446

| 선행 398 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$f(x)=f'(2)(x-2)+f(2)$$

의 한 근이 $x=-1$이다. 함수 $g(x)$를 $g(x)=f(x)-f'(2)(x-2)-f(2)$라 할 때, 함수 $g(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

447

평가원기출

사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty, 0)$에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은?

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

448

함수 $f(x)=-x^3+3x^2+mx+n$에 대하여 함수 $f(x)$가 극대가 되는 점을 A, 극소가 되는 점을 B라 하자. 선분 AB를 $3:2$로 외분하는 점의 좌표가 $(-9, 4)$일 때, $m+n$의 값은?

(단, m, n은 상수이다.)

① 82 ② 84 ③ 86
④ 88 ⑤ 90

449

두 이차함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $h(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
> (나) 함수 $|h(x)|$는 $x=1$에서만 미분불가능하다.

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{(x-1)g(x)}=1$이고, 함수 $g(x)$가 $x=-3$에서 극댓값을 가질 때, $f(3)$의 값은?

① -20 ② -22 ③ -24
④ -26 ⑤ -28

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

450

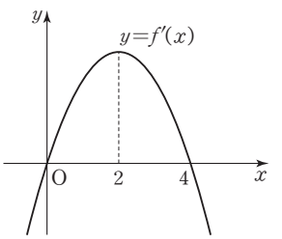
네 점 O(0, 0), A(4, 0), B(4, 4), C(0, 4)를 꼭짓점으로 하는 정사각형의 내부를 S라 하자. 곡선 $f(x)=x^3-ax^2+8$의 일부가 S를 지나고, S를 지나는 구간에서 함수 $f(x)$가 항상 감소하도록 하는 양수 a의 값의 범위를 구하시오.

451

함수 $f(x)=x^3-6x^2+k$에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)|$라 할 때, 함수 $g(x)$가 $x=\alpha$, $x=\beta$ $(\alpha<\beta)$에서 극댓값을 갖는다. $|g(\alpha)-g(\beta)|\geq 7$을 만족시키는 모든 정수 k의 개수를 구하시오.

452

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $f(0)f(4)<0$이면 구간 $(0, 4)$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.
ㄴ. $f(0)f(4)\geq 0$이면 함수 $|f(x)|$는 극솟값을 2개 갖는다.
ㄷ. $f(4)=0$일 때, 함수 $g(x)=xf(x)$는 구간 $(4, \infty)$에서 증가한다.

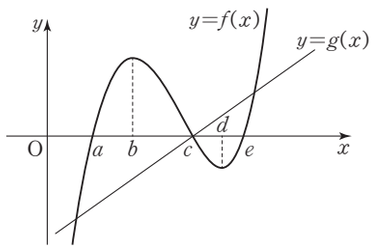
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

453

평가원기출

삼차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$이다.



함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=p$와 $x=q$에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p<q$)

① $a<p<b$이고 $c<q<d$
② $a<p<b$이고 $d<q<e$
③ $b<p<c$이고 $c<q<d$
④ $b<p<c$이고 $d<q<e$
⑤ $c<p<d$이고 $d<q<e$

454

함수 $f(x)=x^3-2x^2+5x+3$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 구간 $[0,\ 2]$에서 $g(t)$의 최댓값은?

① 2
② 3
③ 4
④ 5
⑤ 6

455

실수 a에 대하여 구간 $[0,\ 1]$에서 함수 $f(x)=-x^3+3ax^2-a$의 최댓값을 $g(a)$라 할 때, $g(a)$의 최솟값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

456

실수 k에 대하여 $0 \le x \le 1$에서 함수 $f(x)=|x^4-2kx^2|$의 최댓값을 $g(k)$라 하자. $k \le 0$에서 $g(k)$의 최솟값은 a이고, $k \ge 1$에서 함수 $g(k)$의 최솟값은 b일 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

457

실수 t에 대하여 구간 $[t, t+2]$에서 함수 $f(x)=\frac{2}{3}x^3-2x^2-6x+5$의 최댓값을 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t \to -3-} \frac{g(t)-g(-3)}{(t+3)^2}$의 값을 구하시오.

458

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(3)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x)=f(1+x)$이다.
(나) 구간 $[t-1, t]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 할 때, 구간 $[-2, -1]$에서 $g(t)$는 상수함수이다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

459

평가원기출

좌표평면 위에 점 A$(0,\ 2)$가 있다. $0<t<2$일 때, 원점 O와 직선 $y=2$ 위의 점 P$(t,\ 2)$를 잇는 선분 OP의 수직이등분선과 y축의 교점을 B라 하자. 삼각형 ABP의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $f(t)$의 최댓값은 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.

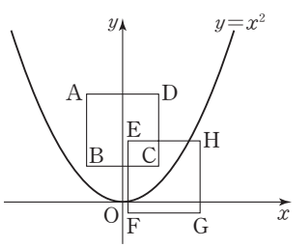
(단, a와 b는 서로소인 자연수이다.)

460

평가원기출

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0,\ 1)$이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y=x^2$ 위에 있다.
두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은?

(단, 정사각형의 모든 변은 x축 또는 y축에 평행하다.)

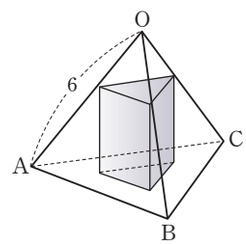


① $\frac{4}{27}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{5}{27}$　④ $\frac{11}{54}$　⑤ $\frac{2}{9}$

461

| 선행 432 |

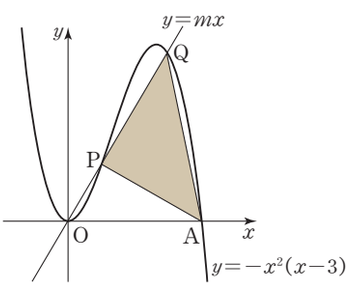
그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6인 정사면체 O$-$ABC가 있다. 이 정사면체의 한 밑면에 평행한 평면으로 자른 단면을 한 면으로 하고 정사면체 내부에 존재하는 정삼각기둥의 부피의 최댓값을 구하시오.



이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

462 서술형

그림과 같이 삼차함수 $y=-x^2(x-3)$의 그래프와 직선 $y=mx$가 제1사분면 위의 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 A(3, 0)에 대하여 삼각형 APQ의 넓이가 최대가 되도록 하는 양수 m의 값과 그때의 최댓값을 다음 순서에 따라 구하고, 그 과정을 서술하시오.



(1) 직선 $y=mx$가 삼차함수 $y=-x^2(x-3)$의 그래프와 제1사분면 위의 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 m의 값의 범위를 구하시오.

(2) 삼각형 APQ의 넓이가 최대가 되도록 하는 양수 m의 값과 그때의 최댓값을 구하시오.

463

두 함수 $f(x)=|x(x-1)(x+3)|$, $g(x)=m(x+3)$의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만날 때, $m=0$ 또는 $a<m<b$이다. 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

464

평가원기출

좌표평면에서 두 함수

$$f(x)=6x^3-x,\ g(x)=|x-a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

465

선생님 Pick! 교육청기출

삼차함수 $f(x)=\frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$에 대하여 $x\geq-3$에서 정의된 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (-3\leq x<3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3\leq x<6k+3) \end{cases}$$

(단, k는 모든 자연수)

이다. 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{12}a_n$의 값을 구하시오.

466

선생님 Pick! 평가원기출

두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은?

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $xg(x)=|xf(x-p)+qx|$이다.
> (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

467

| 선행 442 |

두 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $g(x)=x-2$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

(가) 함수 $|f(x)-3g(x)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)\geq 0$이다.

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

468

평가원기출

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하시오.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a\ (a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

469

교육청기출

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)|$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하고 $g(1)=g'(1)$이다.
(나) $g(x)$는 $x=-1$, $x=0$, $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

$g(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

04 도함수의 활용 (3)

| 이전 학습 내용 |

• **이차방정식과 이차함수의 관계** 수학 Ⅱ. 방정식과 부등식

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 실근과 같다.

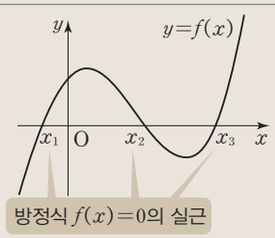
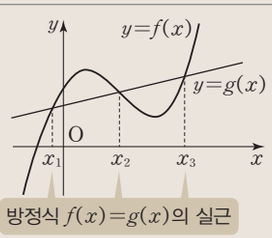
• **이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계**

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계는 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$의 실근의 개수에 따라 결정된다.

현재 학습 내용

• **방정식과 부등식에의 활용**

1. 방정식에의 활용 ····· 유형 01 방정식에의 활용

	방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근	방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근
의미	함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축의 교점의 x좌표	두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 교점의 x좌표
그래프		

2. 부등식에의 활용 ····· 유형 02 부등식에의 활용

	어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq 0$ 증명	어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq g(x)$ 증명
방법	그 구간에서 ($f(x)$의 최솟값)≥ 0임을 보인다.	$h(x)=f(x)-g(x)$로 놓고, 그 구간에서 ($h(x)$의 최솟값)≥ 0임을 보인다.

• **속도와 가속도** ····· 유형 03 속도와 가속도

1. 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 가속도

위치 $\xrightarrow{\text{미분}}$ 속도
속도 $\xrightarrow{\text{미분}}$ 가속도

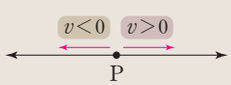
수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치를 $x=f(t)$라 할 때, 시각 t에서의 점 P의 속도 v와 가속도 a는

$$v(t)=\frac{dx}{dt}=f'(t),\ a(t)=\frac{dv}{dt}=v'(t)$$

$|v|$: 시각 t에서의 점 P의 속력

2. 속도의 부호에 따른 점 P의 운동 방향

① $v>0$일 때, 양의 방향으로 움직인다.
② $v<0$일 때, 음의 방향으로 움직인다.
③ $v=0$일 때, 운동 방향이 바뀌거나 정지한다.



$v=f'(k)=0$이고 $t=k$의 좌우에서 $f'(t)$의 부호가 바뀌면 $t=k$에서 운동 방향이 바뀐다.

• **시각에 대한 길이, 넓이, 부피의 변화율** ····· 유형 04 변화율

시각 t에서 길이가 l인 도형, 넓이가 S인 도형, 부피가 V인 도형이 각각 시간이 Δt만큼 경과한 후 길이가 Δl, 넓이가 ΔS, 부피가 ΔV만큼 변했을 때, 시각 t에서 길이, 넓이, 부피의 변화율은 다음과 같다.

① 시각 t에서의 길이 l의 변화율 : $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta l}{\Delta t}=\frac{dl}{dt}$

② 시각 t에서의 넓이 S의 변화율 : $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{dS}{dt}$

③ 시각 t에서의 부피 V의 변화율 : $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{dV}{dt}$

시각 t에서의 변화율은 시각 t에서의 순간변화율을 의미한다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 방정식에의 활용

함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 파악하여 방정식 $f(x)=0$의 실근의 개수를 구하는 문제, 특정 조건을 만족시키는 실근을 갖기 위한 조건을 구하는 문제를 분류하였다.

470

다음 방정식의 서로 다른 실근의 개수를 구하시오.

(1) $x^3+3x^2-1=0$

(2) $3x^4-4x^3-1=0$

471 빈출

방정식 $x^3-3x+2=k$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

472 빈출

방정식 $2x^3-6x^2-k+7=0$이 중근과 다른 한 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

473 빈출

곡선 $y=x^3+6x^2$과 직선 $y=-9x+k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

474 빈출

사차방정식 $3x^4-4x^3-12x^2+a=0$이 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a의 값의 합을 구하시오.

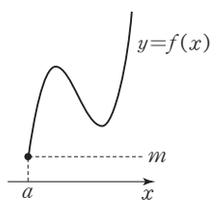
이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 02 부등식에의 활용

함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 파악하여 부등식 $f(x)>0$ 또는 $f(x)\geq 0$ 또는 $f(x)<0$ 또는 $f(x)\leq 0$이 성립하기 위한 조건을 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값 m이 존재할 때 그 구간에서 $f(x)>0$, $f(x)\geq 0$이 각각 성립할 조건은 $m>0$, $m\geq 0$이다.
$x>a$에서 함수 $f(x)$가 최솟값을 갖지 않는 경우에 대하여 다음과 같이 $x\geq a$에서 함수 $f(x)$가 최솟값 m을 갖는 경우



$x>a$에서 $f(x)>0$ 또는 $f(x)\geq 0$이 성립할 조건은 $m\geq 0$이다.

475 서술형

$x\geq 0$일 때, 부등식 $x^3\geq 12x-16$이 성립함을 보이시오.

476

모든 실수 x에 대하여 다음 부등식이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

(1) $3x^4-4x^3+k\geq 0$

(2) $x^4-4x^3+6x^2-4x>k$

477 빈출

두 함수 $f(x)=2x^4-x+k$, $g(x)=4x^2-x+3$이 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)>g(x)$가 성립하도록 하는 정수 k의 최솟값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

478 빈출

함수 $f(x)=x^4+4x-a^2+4a+15$일 때, 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq 0$이 항상 성립하도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

479 빈출

$x\geq 0$일 때, 부등식 $\frac{2}{3}x^3+x^2>4x+a$가 항상 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $a<-\frac{7}{3}$ ② $a\leq -\frac{7}{3}$ ③ $a>\frac{7}{3}$
④ $a\geq \frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{7}{3}<a<\frac{7}{3}$

480

$x>1$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $2x^3-3x^2+a>0$이 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 03 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점의 위치가 시간에 관한 함수로 주어졌을 때 점의 속도, 가속도를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

위치함수가 증가하는 구간에서 점이 양의 방향으로 움직이고, 감소하는 구간에서 점이 음의 방향으로 움직인다는 것을 이해하고 이를 토대로 위치함수의 그래프에 대한 해석을 할 수 있다.

481 빈출

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=3t^3-4t^2+t$이다. $t=1$일 때의 점 P의 속도와 가속도는?

	속도	가속도		속도	가속도
①	1	8	②	1	10
③	2	8	④	2	10
⑤	3	8			

482

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-9t^2+24t+2$이다. 점 P의 속도가 처음으로 0이 되는 순간 점 P의 위치는?

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

483 빈출

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x(t)$가 $x(t)=t^3-6t^2-15t$일 때, 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 시각은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

484

지상 50 m의 높이에서 초속 15 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물 로켓의 t초 후의 높이 x m가 $x=50+15t-5t^2$일 때, 물 로켓이 지면에 떨어지는 순간의 속도는?

① -55 m/s ② -45 m/s ③ -35 m/s ④ -25 m/s ⑤ -15 m/s

485 빈출

지상에서 20 m/초의 속도로 지면과 수직인 방향으로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이 x m가 $x=-4t^2+20t$일 때, 물체가 도달하는 최고 높이는?

① 20 m ② 25 m ③ 30 m ④ 35 m ⑤ 40 m

486

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 t초 후의 위치가 $x(t)=\frac{1}{3}t^3-3t^2+5t$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

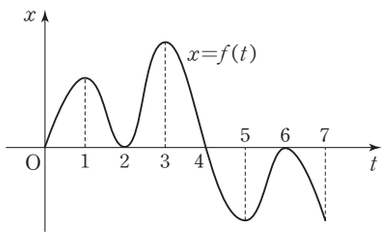
ㄱ. $t=2$에서의 가속도는 -2이다.
ㄴ. 출발할 때의 속도는 0이다.
ㄷ. 출발 후 운동 방향을 2번 바꾼다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

487

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x를 $x=f(t)$라 할 때, 함수 $x=f(t)$의 그래프가 그림과 같다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $0\le t\le 7$)



보기

ㄱ. 출발 후 원점을 3번 지났다.
ㄴ. 출발 후 운동 방향을 5번 바꿨다.
ㄷ. $t=5$일 때 속도는 0이다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 04 변화율

길이, 넓이, 부피의 시간에 대한 함수식을 세워 변화율을 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP
시간에 대한 변화율은 시간에 대한 함수의 순간변화율, 즉 미분계수와 같다.

488

한 변의 길이가 2인 정삼각형의 세 변의 길이가 각각 매초 2의 속도로 늘어날 때, 3초 후 정삼각형의 넓이의 변화율은?

① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$
④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

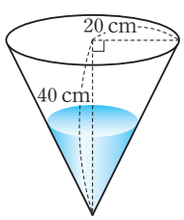
489

잔잔한 호수에 돌을 던질 때 생기는 동심원의 파문 중에서 가장 바깥쪽 원의 반지름의 길이가 매초 0.5 m의 비율로 커진다고 한다. 가장 바깥쪽 원의 반지름의 길이가 4 m가 되는 순간 가장 바깥쪽 동심원의 넓이의 변화율은? (단, 단위는 m^2/초이다.)

① 2π ② 4π ③ 6π
④ 8π ⑤ 10π

490

그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 20 cm이고, 높이가 40 cm인 원뿔 모양의 그릇이 있다. 비어있는 이 그릇에 수면의 높이가 매초 2 cm로 일정하게 높아지도록 물을 부을 때, 4초 후 그릇에 채워진 물의 부피의 변화율은? (단, 단위는 cm^3/초이다.)



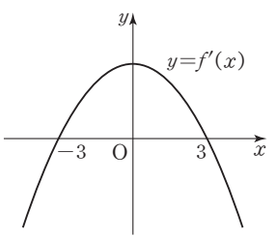
① 16π ② 20π ③ 24π
④ 28π ⑤ 32π

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 방정식에의 활용

491

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같고 $f(0)=1$, $f(3)=7$일 때, 방정식 $f(x)=k$가 서로 다른 두 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는 $\alpha<k<\beta$이다. $\alpha+\beta$의 값은?



① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

492 빈출 서술형

삼차방정식 $2x^3-3x^2-12x+a=0$이 하나의 음의 실근과 서로 다른 두 양의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

493

방정식 $\frac{1}{2}x^4+6=2x^3+k$가 서로 다른 두 양의 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은?

① -45 ② -40 ③ -35
④ -30 ⑤ -25

494

함수 $f(x)=x^3-12x-6$에 대하여 방정식 $|f(x)|=k$의 서로 다른 실근의 개수가 3일 때, 양수 k의 값은?

① 10 ② 13 ③ 16
④ 19 ⑤ 22

495

선생님 Pick! 교육청기출

함수 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax$에 대하여 방정식 $f(x)=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 a의 값을 가장 작은 수부터 차례대로 나열할 때 n번째 수를 a_n이라 하자. $a=a_n$일 때, $f(x)$의 극댓값을 b_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10}(b_n-a_n)$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

496 빈출 평가원기출

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)|=2$의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$의 값은?

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

497

방정식 $x^3+ax^2+2ax+1=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$가 실수 전체에서 연속이 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

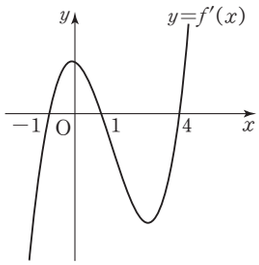
498

삼차함수 $y=x^3+3x^2-7x+k$의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ 8)$을 이은 선분과 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위가 $\alpha\le k\le\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

499

사차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. $f(-1)=3$, $f(1)=4$, $f(4)<f(-1)$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

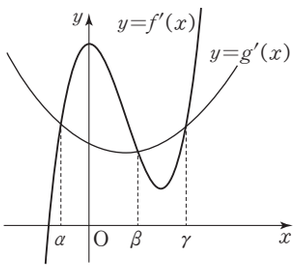
ㄱ. $f(0)\ge 0$
ㄴ. 함수 $f(x)$의 극댓값은 4이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-3=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

500

사차함수 $f(x)$와 삼차함수 $g(x)$에 대하여 두 함수 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)=f(x)-g(x)$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



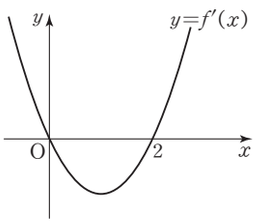
보기

ㄱ. $\alpha<x<\beta$에서 함수 $h(x)$는 증가한다.
ㄴ. $f(\beta)-f(\gamma)<g(\beta)-g(\gamma)$
ㄷ. $h(\alpha)h(\gamma)<0$이면 방정식 $h(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

501 빈출 평가원기출

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $f(0)<0$이면 $|f(0)|<|f(2)|$이다.
ㄴ. $f(0)f(2)\geq 0$이면 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극소인 a의 값의 개수는 2이다.
ㄷ. $f(0)+f(2)=0$이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

502

실수 t에 대하여 방정식 $(x-t)(x^2+tx+2t)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $f(t)$라 하자. 함수 $f(t)$가 $t=k$에서 불연속이 되도록 하는 모든 k의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $k_1, k_2, \cdots, k_m$ (m은 자연수)이다. $\sum_{n=1}^{m} k_n f(k_n)$의 값을 구하시오.

503

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=-1$은 서로 다른 세 실근 a, b, c $(a<b<c)$를 갖고, 방정식 $f(x)=2$는 서로 다른 세 실근 p, q, r $(p<q<r)$를 가질 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
ㄴ. $f'(c)=0$이면 $b>q$이다.
ㄷ. $f'(a)=0$이면 $f(a)>f\left(\frac{b+c}{2}\right)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

504

선생님 Pick! 교육청기출

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+|f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=g(0)=0$
(나) 방정식 $f(x)=0$은 양의 실근을 갖는다.
(다) 방정식 $|f(x)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

유형 02 부등식에의 활용

505

| 선행 478 |

모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^4+2(a+1)x^2-4(a+2)x+a^2+2\geq 0$이 성립할 때, 양수 a의 값의 범위를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

506

모든 실수 x에 대하여 부등식 $x^4-4k^3x+27>0$이 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

507 빈출

두 함수 $f(x)=x^4-3x^3+12x$, $g(x)=x^3+2x^2+k$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프가 함수 $y=g(x)$의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 정수 k의 최댓값은?

① -6 ② -7 ③ -8
④ -9 ⑤ -10

508

| 선행 479 |

$x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $2x^3-9x^2+12x+a>0$이 항상 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

509

| 선행 480 |

$x<1$일 때, 부등식 $-x^3+5x^2-12x+1>k$가 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값은?

① -9 ② -8 ③ -7
④ -6 ⑤ -5

510 빈출

두 함수 $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$, $g(x)=2x^2+4x+a$에 대하여 구간 $[1, 3]$에서 부등식 $f(x)>g(x)$가 성립할 때, 정수 a의 최댓값은?

① -15 ② -14 ③ -13
④ -12 ⑤ -11

511

선생님 Pick! 평가원기출

두 함수

$$f(x)=x^3+3x^2-k,\ g(x)=2x^2+3x-10$$

에 대하여 부등식

$$f(x)\geq 3g(x)$$

가 닫힌구간 $[-1, 4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

512

선생님 Pick! 교육청기출

자연수 a에 대하여 두 함수

$$f(x)=-x^4-2x^3-x^2,\ g(x)=3x^2+a$$

가 있다. 다음을 만족시키는 a의 값을 구하시오.

> 모든 실수 x에 대하여 부등식
> $$f(x)\le 12x+k\le g(x)$$
> 를 만족시키는 자연수 k의 개수는 3이다.

513

함수 $f(x)=x^4-2k^2x^2+9$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k는 상수이다.)

> 보기
> ㄱ. $k=0$일 때, $f(x)$는 $x=0$에서 극솟값을 갖는다.
> ㄴ. $k\ne 0$일 때, $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.
> ㄷ. $-\sqrt{3}\le k\le\sqrt{3}$일 때 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\ge 0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 03 속도와 가속도

514

직선 도로를 달리던 자동차가 브레이크를 밟은 후 t초 동안 움직인 거리 x m가 $x=30t-0.75t^2$일 때, 브레이크를 밟은 후 정지할 때까지 움직인 거리는?

① 300 m ② 330 m ③ 360 m
④ 390 m ⑤ 420 m

515

빈출 서술형 | 선행 484 |

어느 다이빙 선수가 수면으로부터의 높이가 30 m인 다이빙대에서 뛰어오른 지 t초 후 수면으로부터의 높이 x m가 $x=-5t^2+5t+30$일 때, 다음을 구하고 그 과정을 서술하시오. (단, 단위도 정확히 쓰시오.)

(1) 뛰어오른 지 2초 후 속도와 가속도
(2) 이 선수가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그때의 높이
(3) 이 선수가 수면에 닿는 순간의 속도

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

516 빈출

선생님 Pick! 평가원기출

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=t^3-2t^2+3t,\ x_2=t^2+12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오.

517

원점 O를 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치는 각각

$$p(t)=t^2-6t,\ q(t)=-t^3+6t^2-4t$$

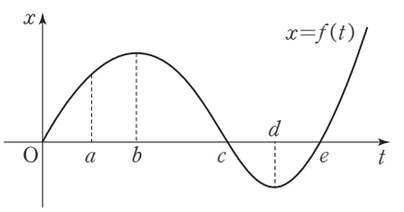
이다. 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, 두 점 P, Q가 출발한 후 점 M이 처음으로 다시 원점을 지날 때의 속도는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

518

| 선행 487 |

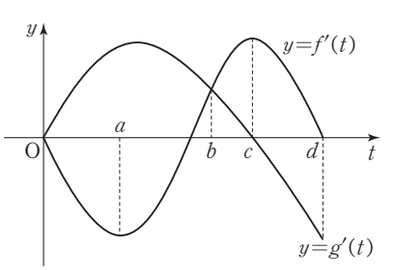
x축 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x를 $x=f(t)$라 할 때, 함수 $x=f(t)$의 그래프가 그림과 같다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $t=a$일 때 x좌표는 양수이다.
② $d<t<e$일 때 x축의 양의 방향으로 움직이고 있다.
③ 출발할 때의 운동 방향과 $b<t<c$에서의 운동 방향은 서로 반대이다.
④ $0<t<c$에서 $t=b$일 때 속도가 최대이다.
⑤ $t=d$에서의 속력은 $t=c$에서의 속력보다 작다.

519

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, 두 함수 $y=f'(t)$, $y=g'(t)$의 그래프가 그림과 같다. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $a<t<c$에서 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 때가 한 번 있다.
ㄴ. $c<t<d$에서 두 점 P, Q가 움직이는 방향은 서로 같다.
ㄷ. $0<t<d$에서 점 P의 가속도가 0이 되는 순간이 두 번 있다.

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

520

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x(t)=t^3-6t^2+5$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 출발한 지 4초 후 처음으로 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. $t>2$에서 속도가 증가한다.
ㄷ. $t=1$일 때와 $t=3$일 때의 운동 방향은 서로 반대이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

521 빈출 평가원기출

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t일 때의 위치는 각각 $f(t)=2t^2-2t$, $g(t)=t^2-8t$이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시각 t의 범위는?

① $\frac{1}{2}<t<4$ ② $1<t<5$ ③ $2<t<5$
④ $\frac{3}{2}<t<6$ ⑤ $2<t<8$

522

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 t초 후의 위치가 각각 $f(t)=t^3-6t^2$, $g(t)=t^3-3t$일 때, 두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 것은 몇 초 동안인가?

① 1초 ② 2초 ③ 3초
④ 4초 ⑤ 5초

523

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치가 각각 t^4+5t, $6t^2+at$이다. 출발한 후 두 점 P, Q의 속도가 같게 되는 순간이 2번 있기 위한 정수 a의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

524

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t초에서의 위치 x가

$$x=\begin{cases} 2t^3-6t^2+6t & (0<t<2) \\ \frac{1}{3}t^3-5t^2+24t-\frac{80}{3} & (t\geq 2) \end{cases}$$

이다. 점 P가 움직이는 방향을 두 번째로 바꾸는 것은 출발 후 몇 초 후인가?

① 1초 후 ② 2초 후 ③ 4초 후
④ 5초 후 ⑤ 6초 후

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

525

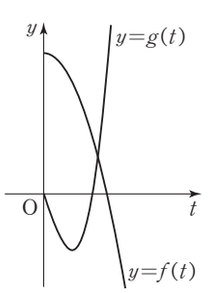
시속 72 km의 속도로 직선 궤도를 달리던 어떤 열차의 기관사가 300 m 앞에 있는 정지선을 발견하고 열차를 멈추기 위해 제동을 걸었다. 제동을 건 후 t초 동안 움직인 거리가 $at-bt^2$(m)일 때, 열차가 정지선을 넘지 않기 위한 b의 최솟값은?

(단, a, b는 실수이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

526

수직선 위를 움직이는 두 점 A, B의 시각 t $(t>0)$에서의 위치가 각각 $f(t)=-t^2+5$, $g(t)=t^3-3t$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $t>1$에서 두 점 A, B는 서로 반대 방향으로 움직인다.
ㄴ. $0<t<1$에서 두 점 A, B의 속도가 같아지는 순간이 있다.
ㄷ. $t>2$에서 두 점 A, B가 만난다.

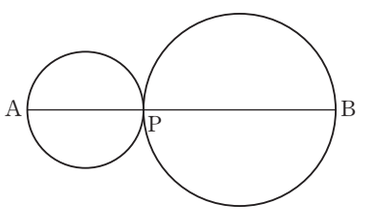
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 04 변화율

527

그림과 같이 길이가 20인 선분 AB 위에 동점 P가 점 A에서 출발하여 점 B까지 매초 2의 속도로 움직인다. 두 선분 AP, BP를 각각 지름으로 하는 두 원의 넓이의 합을 S라 할 때, 점 P가 출발한 지 6초 후의 S의 변화율은?

(단, 동점 P는 점 B에 도착하면 멈춘다.)



① 2π ② 4π ③ 6π
④ 8π ⑤ 10π

528

| 선행 489 |

반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 고무풍선에 매초 0.2 cm의 비율로 반지름의 길이가 커지도록 공기를 불어넣을 때, 반지름의 길이가 5 cm가 되는 순간, 풍선의 부피의 변화율은?

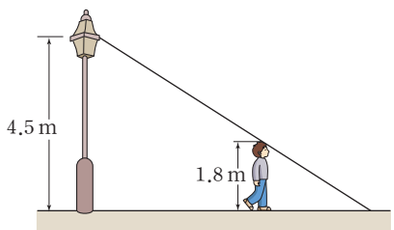
(단, 단위는 cm^3/초이다.)

① 5π ② 10π ③ 15π
④ 20π ⑤ 25π

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

529 빈출

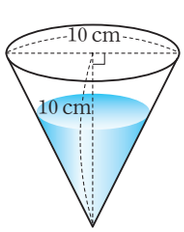
키가 1.8 m인 사람이 높이가 4.5 m인 가로등 바로 밑에서 출발하여 일직선으로 초속 1.2 m의 속도로 걸어가고 있을 때, 이 사람의 그림자의 끝이 움직이는 속도와 그림자의 길이의 변화율을 각각 구하시오. (단, 단위는 m/초이다.)



530

| 선행 490 |

그림과 같이 밑면의 지름의 길이가 10 cm, 높이가 10 cm인 원뿔을 뒤집어 놓은 모양의 종이컵에 물이 가득 채워져 있다. 종이컵의 아래 끝부분으로부터 물의 높이가 매초 2 cm씩 낮아지도록 물이 빠지고 있을 때, 물의 높이가 4 cm가 되는 순간, 물의 부피의 변화율을 구하시오.



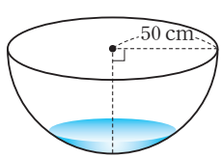
531

밑면의 반지름의 길이가 10 cm, 높이가 50 cm인 원기둥 모양의 물통에 물을 채우고 있다. 물을 채우기 시작한 지 x분 후 물이 $\left(\frac{1}{4}x^3+x\right)\text{cm}^3$만큼 채워진다고 할 때, 물을 채우기 시작한 지 4분 후 물의 높이의 변화율은? (단, 단위는 cm/분이다.)

① $\frac{7}{100\pi}$ ② $\frac{9}{100\pi}$ ③ $\frac{11}{100\pi}$
④ $\frac{13}{100\pi}$ ⑤ $\frac{3}{20\pi}$

532 서술형

그림과 같이 반지름의 길이가 50 cm인 반구 모양의 용기에 수면의 높이가 매초 1 cm로 일정하게 높아지도록 물을 채운다. 물을 넣기 시작한 지 10초가 되는 순간, 수면의 넓이의 변화율을 다음 순서에 따라 구하고, 그 과정을 서술하시오.



(1) 물을 넣기 시작한 지 t초가 되는 순간, 수면의 넓이 $S(t)$를 t에 대한 식으로 나타내시오. (단, 단위는 cm^2이다.)
(2) 물을 넣기 시작한 지 10초가 되는 순간, 수면의 넓이의 변화율을 구하시오. (단, 단위는 cm^2/초이다.)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

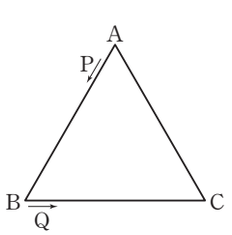
533

교육청기출 | 선행 488 |

한 변의 길이가 $12\sqrt{3}$인 정삼각형과 그 정삼각형에 내접하는 원으로 이루어진 도형이 있다. 이 도형에서 정삼각형의 각 변의 길이가 매초 $3\sqrt{3}$씩 늘어남에 따라 원도 정삼각형에 내접하면서 반지름의 길이가 늘어난다. 정삼각형의 한 변의 길이가 $24\sqrt{3}$이 되는 순간, 정삼각형에 내접하는 원의 넓이의 변화율이 $a\pi$이다. 상수 a의 값을 구하시오.

534

다음과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC가 있다. 점 P는 점 A에서 출발하여 삼각형의 변을 따라 A$-$B$-$C의 방향으로 매초 2의 속력으로 움직이고, 점 Q는 점 B에서 출발하여 삼각형의 변을 따라 B$-$C$-$A의 방향으로 매초 1의 속력으로 움직인다. 두 점 P, Q가 각각 두 점 A, B에서 동시에 출발한 후 $\frac{1}{2}$초가 되는 순간, 삼각형 CPQ의 넓이의 변화율을 구하시오.



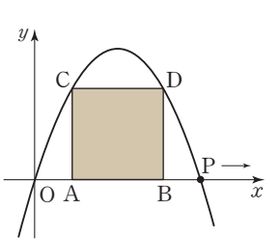
535

좌표평면에서 x축 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치는 $(t^3, 0)$이다. x축과 점 P에서 접하고 직선 $y=\frac{4}{3}x$에 접하는 원의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $t=2$가 되는 순간, 넓이 $S(t)$의 변화율은? (단, 원의 중심은 제1사분면 위에 있다.)

① 24π ② 30π ③ 36π ④ 42π ⑤ 48π

536

좌표평면에서 점 P가 원점을 출발하여 x축 위를 양의 방향으로 매초 2의 속력으로 움직인다. 그래프가 원점 O와 점 P를 지나고 최고차항의 계수가 -2인 이차함수를 $f(x)$라 하자. 선분 OP를 사등분하는 점 중 점 O에 가까운 점을 A, 점 P에 가까운 점을 B라 하고, 두 점 A, B를 지나고 x축에 수직인 직선이 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABDC가 정사각형이 되는 순간, 사각형 ABDC의 넓이의 변화율을 구하시오.



이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다.
조건①　　조건②

방정식 $|f(x)|=2$의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$의 값은?
조건③　　답

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

유형 01 방정식에의 활용 496

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
- ① $f(x)$: 최고차항의 계수가 1인 삼차함수
- ② $f(-x)=-f(x)$ → 원점 대칭
- ③ $|f(x)|=2$의 실근의 개수가 4

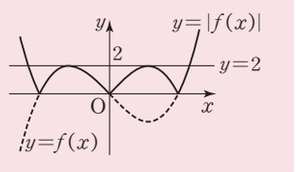
→ $f(x)=x^3-ax$

조건 ②에서 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이므로 삼차함수 $f(x)$는 홀수차항으로만 이루어진 함수이다.
이때 조건 ①에 의하여 $f(x)=x^3-ax$ (a는 상수)로 놓을 수 있다.

2 단계

조건
- ① $f(x)$: 최고차항의 계수가 1인 삼차함수
- ② $f(-x)=-f(x)$ — 원점 대칭
- ③ $|f(x)|=2$의 실근의 개수가 4 →

→ $f(x)=x^3-ax$



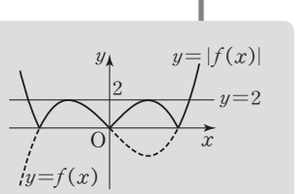
← 극댓값 2, 극솟값 -2

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프에 대하여 조건 ③을 만족시키는 모든 경우를 따져보면 그림과 같이 극대, 극소인 점이 존재하여 함수 $y=|f(x)|$의 그래프가 직선 $y=2$와 두 점에서 접할 때뿐임을 알 수 있다.
즉, 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값이 각각 2, -2이다.

3 단계

조건
- ① $f(x)$: 최고차항의 계수가 1인 삼차함수
- ② $f(-x)=-f(x)$ — 원점 대칭
- ③ $|f(x)|=2$의 실근의 개수가 4 —

→ $f(x)=x^3-ax$



— 극댓값 2, 극솟값 -2

$f'(x)=0$에서 $x=\pm\sqrt{\frac{a}{3}}$

$f'\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=0$, $f\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=-2$ → $a=3$

답 — $f(3)$의 값 → 18

$f(x)=x^3-ax$ $(a>0)$라 하면
$f'(x)=3x^2-a=0$에서 $x=\pm\sqrt{\frac{a}{3}}$
즉, 함수 $f(x)$는 $x=\sqrt{\frac{a}{3}}$에서 극솟값 -2를 가지므로
$f\left(\sqrt{\frac{a}{3}}\right)=-2$에서 $a=3$
따라서 $f(x)=x^3-3x$이므로
$f(3)=18$이다.

답 ④

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

두 함수 $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$, $g(x)=2x^2+4x+a$에 대하여 구간 $[1, 3]$에서 부등식 $f(x)>g(x)$가 성립할 때, 정수 a의 최댓값은?

조건① 조건② 답

① -15 ② -14 ③ -13 ④ -12 ⑤ -11

유형 02 부등식에의 활용 510

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
① $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$
$g(x)=2x^2+4x+a$
② 구간 $[1, 3]$에서 $f(x)>g(x)$
↓
$h(x)=f(x)-g(x)$

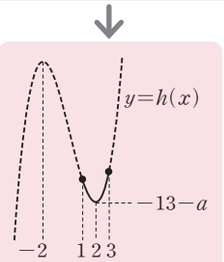
→ 구간 $[1, 3]$에서 $h(x)=x^3-12x+3-a>0$

$f(x)=x^3+2x^2-8x+3$,
$g(x)=2x^2+4x+a$이므로
구간 $[1, 3]$에서 $f(x)>g(x)$이려면
$x^3+2x^2-8x+3>2x^2+4x+a$에서
$x^3-12x+3-a>0$이어야 한다.
즉, $h(x)=x^3-12x+3-a$라 하면
구간 $[1, 3]$에서 $h(x)>0$이다.

2 단계

조건
① $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$
$g(x)=2x^2+4x+a$
② 구간 $[1, 3]$에서 $f(x)>g(x)$
$h(x)=f(x)-g(x)$

구간 $[1, 3]$에서 $h(x)=x^3-12x+3-a>0$
↓



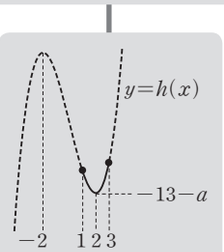
$h'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)$
이므로 $x=-2$ 또는 $x=2$일 때
$h'(x)=0$이다.
구간 $[1, 3]$에서 함수 $h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-8-a$	↘	$-13-a$	↗	$-6-a$

3 단계

조건
① $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$
$g(x)=2x^2+4x+a$
② 구간 $[1, 3]$에서 $f(x)>g(x)$
$h(x)=f(x)-g(x)$

구간 $[1, 3]$에서 $h(x)=x^3-12x+3-a>0$



↓
$h(2)=-13-a>0$ → -14 → 답 정수 a의 최댓값

구간 $[1, 3]$에서 함수 $h(x)$는
$x=2$에서 극소이며 최소이므로
구간 $[1, 3]$에서
부등식 $h(x)>0$이려면
$h(2)=-13-a>0$이면 된다.
$\therefore a<-13$
따라서 정수 a의 최댓값은 -14이다.

답 ②

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

537

| 선행 471 |

점 $(0,\ a)$에서 곡선 $y=x^3-3x^2+2x+1$에 서로 다른 세 접선을 그을 수 있을 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $-2<a<-1$ ② $-1<a<0$
③ $0<a<1$ ④ $1<a<2$
⑤ $2<a<3$

538

| 선행 496 |

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$를 구하시오.

(가) 임의의 양수 k에 대하여 방정식 $|f(x)|=k$의 모든 실근의 합은 0이다.
(나) 함수 $h(t)=$(방정식 $|f(x)|=t$의 해의 개수)라 할 때, $h(t)$는 $t=0$, $t=16$에서 불연속이다.

539

| 선행 492 |

사차방정식 $\frac{3}{2}x^4+4x^3-3x^2-12x+k=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수를 $f(k)$, 서로 다른 음의 실근의 개수를 $g(k)$라 할 때, $|f(k)-g(k)|=2$를 만족시키는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

540

평가원기출

서로 다른 두 실수 α, β가 사차방정식 $f(x)=0$의 근일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f'(\alpha)=0$이면 다항식 $f(x)$는 $(x-\alpha)^2$으로 나누어떨어진다.
ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$이면 방정식 $f(x)=0$은 허근을 갖지 않는다.
ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

541

두 함수 $f(x)=x^{n+1}-(n+6)(n-7)$, $g(x)=(n+1)x$에 대하여 $x\geq 0$에서 부등식 $f(x)\geq g(x)$를 만족시키는 자연수 n의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

542

모든 실수 x에 대하여 부등식 $\frac{1}{2}x^4-ax+24>0$이 성립하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

543

$x \geq 0$일 때, 부등식 $x^3 - \frac{3}{2}ax^2 + 4 \geq 0$이 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

544

두 함수 $f(x) = x^2 - x - 2$, $g(x) = 2x^3 - 6x + k$에 대하여 방정식 $(f \circ g)(x) = 10$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위를 구하시오.

545

선생님 Pick! 평가원기출

함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

546

평가원기출

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $f'(x)=0$이 서로 다른 세 실근 α, β, γ $(\alpha<\beta<\gamma)$를 갖고, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma)<0$이다.

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

> ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=\beta$에서 극댓값을 갖는다.
> ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
> ㄷ. $f(\alpha)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 β보다 작은 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

547

사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $|f(x)|$가 $x=1$에서만 미분가능하지 않고, 방정식 $f(x)=0$은 구간 $(-7,\ -5)$에서 적어도 하나의 실근을 가질 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

> ㄱ. 함수 $|f(x)|$가 극소가 되는 점의 개수는 2이다.
> ㄴ. 구간 $(-4,\ 0)$에 $f'(x)=0$을 만족시키는 x가 존재한다.
> ㄷ. $f(0)>0$이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

548

최고차항의 계수가 -1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은?

> (가) 함수 $|f(x)|$는 $x=2$에서만 미분가능하지 않다.
> (나) 방정식 $|f(x)|=f(1)$은 서로 다른 세 실근을 갖고, 방정식 $|f(x)|=f(-1)$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
> (다) $f(-1)<f(1)$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

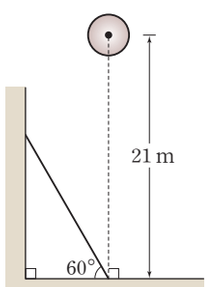
549

둘레의 길이가 8π인 원 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 두 점 P, Q가 같은 지점에서 동시에 같은 방향으로 출발하여 방향을 바꾸지 않고 t초 동안 움직인 거리가 각각 $\left(\frac{4}{5}t^3+t\right)\pi$, $\left(\frac{22}{5}t^2+\frac{21}{5}t\right)\pi$일 때, 출발 후 10초 동안 두 점 P, Q가 만난 횟수는?

① 45 ② 47 ③ 49
④ 51 ⑤ 53

550

그림과 같이 편평한 바닥에 60°로 기울어진 경사면과 반지름의 길이가 0.5 m인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 점에서 바닥에 수직으로 높이가 21 m인 위치에 있다.



이 공을 자유 낙하시킬 때, t초 후 공의 중심의 높이 $h(t)$는

$$h(t)=21-5t^2(\text{m})$$

이다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간, 공의 속도는?
(단, 경사면의 두께와 공기의 저항은 무시한다.)

① -20 m/초 ② -17 m/초 ③ -15 m/초
④ -12 m/초 ⑤ -10 m/초

551 서술형

과속을 방지하기 위하여 도로에 과속 단속 카메라를 설치하지만 카메라가 있는 지점 부근에서만 속도를 줄이는 차량을 단속하기가 어렵기 때문에 구간 속도위반 단속(구간단속)을 실시한다.
구간단속은 도로의 두 지점에 카메라를 설치하여 카메라가 설치된 시작 지점과 종료 지점에서의 속도와 두 지점 사이의 구간에서의 주행시간을 측정하여 과속여부를 판단한다. 제한 속도가 90 km/시인 고속도로 위에 구간단속 구간이 6.6 km인 어느 두 지점에 카메라가 설치되어 있을 때, 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 그림과 같은 상황에서 운전자가 구간단속에 걸린 이유를 평균값 정리를 이용하여 서술하시오.

(2) 제한 속도를 위반하지 않고, 구간단속 구간을 지나는 데 걸리는 최소 시간을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

III

적분

01 부정적분

02 정적분

03 정적분의 활용

이투스북

<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

01 부정적분

| 이전 학습 내용 |

• **미분법** Ⅱ. 미분_01 미분계수와 도함수

(1) 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하는 것을 함수 $f(x)$를 x에 대하여 미분한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라 한다.

(2) 함수 $f(x)=x^n$(n은 양의 정수)의 도함수

① $f(x)=x^n$($n\geq 2$인 정수)이면 $f'(x)=nx^{n-1}$

② $f(x)=x$이면 $f'(x)=1$

(3) 함수의 실수배, 합, 차의 미분

함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때,

① $\{cf(x)\}'=cf'(x)$(단, c는 상수)

② $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

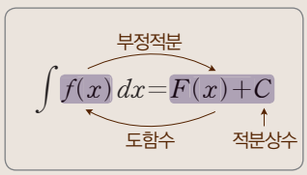
③ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

현재 학습 내용

• **부정적분** 유형 01 부정적분의 뜻

1. 부정적분의 정의

(1) 함수 $F(x)$의 도함수가 $f(x)$일 때, 즉 $F'(x)=f(x)$일 때, 함수 $F(x)$를 함수 $f(x)$의 **부정적분**이라 하고, 기호로 $\int f(x)\,dx$와 같이 나타낸다.



(2) 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$$\int f(x)\,dx=F(x)+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)}$$

2. 부정적분과 미분의 관계 유형 02 부정적분과 미분의 관계

(1) $\dfrac{d}{dx}\int f(x)\,dx=f(x)$

(2) $\int\left\{\dfrac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (단, C는 적분상수) $\int f'(x)dx=f(x)+C$

3. 부정적분의 계산 유형 03 부정적분의 계산 / 유형 04 부정적분을 이용하여 함수 구하기(1) / 유형 05 부정적분을 이용하여 함수 구하기(2)

(1) 함수 $f(x)$의 부정적분을 구하는 것을 함수 $f(x)$를 적분한다고 하고 그 계산법을 적분법이라 한다.

(2) **함수 $y=x^n$(n은 양의 정수), $y=1$의 부정적분** ← 미분의 역과정 이용

① n이 양의 정수일 때,

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)} \quad \leftarrow \left(\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right)'=x^n$$

② $\int 1\,dx=x+C$ (단, C는 적분상수) ← $(x)'=1$

(3) **함수의 실수배, 합, 차의 부정적분**

함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 존재할 때,

① $\int kf(x)\,dx=k\int f(x)\,dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int\{f(x)+g(x)\}\,dx=\int f(x)\,dx+\int g(x)\,dx$ → 세 개 이상의 함수에 대해서도 성립한다.

③ $\int\{f(x)-g(x)\}\,dx=\int f(x)\,dx-\int g(x)\,dx$

유형 06 수학 Ⅰ 통합 유형

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 부정적분의 뜻

함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때,

(1) $F'(x)=f(x)$

(2) $\int f(x)\,dx=F(x)+C$ (C는 적분상수)

임을 이용하여 해결하는 문제를 분류하였다.

552

다음 중 함수 $f(x)=3x^2$의 부정적분이 아닌 것은?

① x^3 ② x^3-1 ③ $x^3+\frac{2}{3}$
④ x^3+x ⑤ x^3+5

553

함수 $f(x)=6x^2-2x$의 한 부정적분이 $F(x)$일 때, $F'(1)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

554

함수 $f(x)$의 부정적분 중 하나가 $x^3+\frac{1}{2}x^2-5x+4$일 때, $f(0)$의 값은?

① -5 ② -2 ③ 1
④ 4 ⑤ 7

555

등식 $\int f(x)\,dx=x^2-2x+C$를 만족시키는 함수 $f(x)$는?

(단, C는 적분상수이다.)

① $\frac{1}{2}x-1$ ② $x-2$
③ $2x-2$ ④ $\frac{1}{3}x^3-x^2+x$
⑤ x^3-2x^2+x

556

등식 $\int (6x^2+px-4)\,dx=qx^3-3x^2+rx+C$를 만족시키는 상수 p, q, r에 대하여 $p+q+r$의 값은? (단, C는 적분상수이다.)

① 8 ② 4 ③ 0
④ -4 ⑤ -8

557

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\int \{x+f(x)\}\,dx=2x^3+5x+C$$

일 때, $f(-1)$의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

558

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\int (x-1)f(x)\,dx=x^4-4x+C$$

일 때, $f(2)$의 값은? (단, C는 적분상수이다.)

① 7 ② 14 ③ 21
④ 28 ⑤ 35

559 서술형

함수 $F(x)=x^3+ax^2+bx-3$이 함수 $f(x)$의 부정적분 중 하나이고 $f(0)=5$, $f'(0)=4$일 때, $F(1)$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, a, b는 상수이다.)

유형 02 부정적분과 미분의 관계

부정적분과 미분은 서로 역연산 관계임을 이용하여

(1) $\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx=f(x)$

(2) $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+C$ (C는 적분상수)

를 다루는 문제를 분류하였다. 이때 (1)은 '$\int f(x)\,dx$를 미분'하는 것이고, (2)는 '$\frac{d}{dx}f(x)$의 부정적분'을 구하는 것이다.

560

다음을 계산하시오.

(1) $\frac{d}{dx}\int (2x-1)\,dx$

(2) $\int\left\{\frac{d}{dx}(2x-1)\right\}dx$

561

모든 실수 x에 대하여

$$\frac{d}{dx}\int (ax^2+3x-2)\,dx=4x^2+bx+c$$

가 성립할 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

562

함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=\int\left\{\frac{d}{dx}(2x^3-3x)\right\}dx,\ f(0)=1$$

일 때, $f(2)$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

563

함수 $f(x)=3x^2$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx+\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx$$

라 할 때, $g(1)=5$이다. 함수 $g(x)$는?

① $3x^2-2$ ② $3x^2+1$ ③ $6x^2$
④ $6x^2-1$ ⑤ $6x^2+3$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

564

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(x)=\int\left[\frac{d}{dx}\{x+g(x)\}\right]dx$$

이고, $f(1)-g(1)=3$일 때, $f(2)-g(2)$의 값을 구하시오.

565

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\int(2x+1)^5(x+a)\,dx$$

이고 $f'(-1)=4$일 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

566 빈출

함수 $f(x)=\int(x^2-2x+5)\,dx$에 대하여

$\lim_{h\to0}\frac{f(1+h)-f(1-2h)}{h}$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

567

함수 $f(x)=\int(4x^{101}-x^{98}+7)\,dx$에 대하여

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x^2-1}$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

유형 03 부정적분의 계산

이 유형에서는

(1) $\int 1\,dx=x+C$ (C는 적분상수)

(2) $\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$ (n은 자연수, C는 적분상수)

(3) $\int kf(x)\,dx=k\int f(x)\,dx$ (k는 0이 아닌 상수)

$\int\{f(x)+g(x)\}\,dx=\int f(x)\,dx+\int g(x)\,dx$

$\int\{f(x)-g(x)\}\,dx=\int f(x)\,dx-\int g(x)\,dx$

를 이용하여 다항함수의 부정적분을 구하는 문제를 분류하였다.

568

다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int 5\,dx$

(2) $\int x^{10}\,dx$

(3) $\int(2x+3)\,dx$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

569

부정적분 $\int (3x^2-2x+4)\,dx$는? (단, C는 적분상수이다.)

① $6x+C$ ② x^2-2x+C
③ x^3-x^2+C ④ x^3-x^2+4x+C
⑤ $6x^3-2x^2+4x+C$

570

다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\int kf(x)\,dx=k\int f(x)\,dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)
ㄴ. $\int \{f(x)+g(x)\}\,dx=\int f(x)\,dx+\int g(x)\,dx$
ㄷ. $\int f(x)g(x)\,dx=\left\{\int f(x)\,dx\right\}\left\{\int g(x)\,dx\right\}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

571

$m>n$인 두 자연수 m, n에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, C는 적분상수이다.)

보기

ㄱ. $\int x^{mn}\,dx=\frac{1}{mn+1}x^{mn+1}+C$
ㄴ. $\int x^m x^n\,dx=\frac{1}{m+n+1}x^{m+n+1}+C$
ㄷ. $\int \frac{x^m}{x^n}\,dx=\frac{1}{m-n-1}x^{m-n-1}+C$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

572

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, C는 적분상수이다.)

보기

ㄱ. $\int 0\,dx=0$
ㄴ. $\int (x-1)(x+3)\,dx=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+C$
ㄷ. $\int (x+1)(x^2-x+1)\,dx=x^4+x+C$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

573

부정적분 $\int (x+1)^2\,dx+\int (x-1)^2\,dx$는?
(단, C는 적분상수이다.)

① x^3+2x+C ② x^3+C
③ $\frac{2}{3}x^3+2x+C$ ④ $\frac{2}{3}x^3+C$
⑤ $\frac{4}{3}x^3+2x+C$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

574

부정적분 $\int \frac{x^3}{x-1}dx-\int \frac{1}{x-1}dx$는? (단, C는 적분상수이다.)

① $\frac{1}{2}x^2-x+C$ ② x^3-x+C

③ $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+C$ ④ $\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x+C$

⑤ $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-x+C$

유형 04 부정적분을 이용하여 함수 구하기(1)

$f(x)=\int g(x)\,dx$에서 $g(x)$의 부정적분을 구하고, 주어진 조건을 이용하여 함수 $f(x)$를 구하는 문제를 분류하였다.

575

함수 $f(x)=\int (2x+3)\,dx$에 대하여 $f(1)=3$일 때, 함수 $f(x)$를 구하시오.

576

함수 $f(x)=3x^2-2x$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(2)=-1$일 때, $F(0)$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3

④ -4 ⑤ -5

577

함수 $f(x)=\int (4x^3-ax)\,dx$에 대하여 $f(0)=1$, $f(1)=5$일 때, $f(-2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 27 ② 28 ③ 29

④ 30 ⑤ 31

578

함수 $f(x)=\int (2x+1)^2dx-\int (2x-1)^2dx$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근은?

① -3 ② -2 ③ -1

④ 0 ⑤ 1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 05 부정적분을 이용하여 함수 구하기(2)

함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 주어질 때, $f(x)=\int f'(x)\,dx$임을 이용하여 함수 $f(x)$를 구하는 문제를 분류하였다. 이때 'Ⅱ 미분'에서 학습한 미분계수, 도함수의 정의, 접선, 극대, 극소 등 여러 내용을 다루니 부족한 부분은 복습하며 문제를 풀어 보자.

579 빈출

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2+2x-5$, $f(0)=-2$일 때, $f(2)$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

580

함수 $f(x)$의 도함수가 $f'(x)=4x-1$이고, 곡선 $y=f(x)$가 두 점 $(1,\ 3)$, $(-1,\ a)$를 지날 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

581 빈출

점 $(2,\ -1)$을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $4x-3$일 때, $f(-1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

582

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=-3x^2+ax+1$이고, 다항식 $f(x)$가 이차식 x^2+x-2로 나누어떨어질 때, $f(-3)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

유형 06 수학 Ⅰ 통합유형

〈수학 Ⅰ〉에서 다루는 지수, 로그, 삼각함수, 수열을 포함하는 문항을 이 유형에 따로 분류하였다. 〈수학 Ⅰ〉을 배우지 않고 〈수학 Ⅱ〉를 배우는 학교 학생들은 시험에 이 유형의 문제들은 출제되지 않으니 넘어가도록 하자. 〈수학 Ⅰ〉을 배우고 〈수학 Ⅱ〉를 배우는 학교 학생들은 이 유형도 공부하도록 하자.

583

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=2x+a$이고 $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$의 값이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $f'(7)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 부정적분의 뜻

584

함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, C는 적분상수이다.)

보기

ㄱ. $\int \{1+f(x)\}\,dx=x+F(x)+C$

ㄴ. $\int 2xf(x)\,dx=x^2F(x)+C$

ㄷ. $\int \{xf(x)+F(x)\}\,dx=xF(x)+C$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

585

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\int g(x)\,dx=x^5f(x)+C$$

가 성립하고, $f(1)=2$, $f'(1)=-3$일 때, $g(1)$의 값은?
(단, C는 적분상수이다.)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

586

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\int \{f(x)-g(x)\}\,dx=x+C_1,$$

$$\int \{f(x)+2g(x)\}\,dx=x^3-2x+C_2$$

일 때, 함수 $f(x)$는? (단, C_1, C_2는 적분상수이다.)

① $x-2$ ② $x+1$ ③ x^2-1
④ x^2 ⑤ x^2+x

587 서술형

함수 $f(x)$의 서로 다른 부정적분 $F(x)$와 $G(x)$에 대하여

$$F(x)=x^4-3x^2,\ G(1)=2$$

일 때, 함수 $G(x)$를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

588

두 함수 $F(x)$, $G(x)$가 모두 함수 $f(x)$의 부정적분이고 $F(2)=9$, $G(2)=4$일 때, $F(3)-G(3)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

유형 02 부정적분과 미분의 관계

589

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\int f(x)\,dx=\int f(y)\,dy$

ㄴ. $\int f(x)\,dx=\int g(x)\,dx$이면 $f(x)=g(x)$이다.

ㄷ. $\int \left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

590

다항함수 $g(x)$에 대하여 함수 $F(x)$를

$$F(x)=(x^3-3x)\int g(x)\,dx$$

라 하자. $F'(-1)=12$일 때, $g(-1)$의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3
④ 6 ⑤ 9

591 서술형

교육청변형

함수 $f(x)=\int\left\{\frac{d}{dx}(x^2-6x)\right\}dx$에 대하여 $f(x)$의 최솟값이 8일 때, $f(1)$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

유형 03 부정적분의 계산

592

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, C는 적분상수이다.)

보기

ㄱ. $\int(\sqrt{x}+1)^2dx+\int(\sqrt{x}-1)^2dx=x^2+2x+C$

ㄴ. $\int\frac{x^3}{x-1}dx-\int\frac{1}{x-1}dx=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+C$

ㄷ. $\int(2x-1)^2dx=\frac{1}{3}(2x-1)^3+C$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

593

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\int f(x)\,dx=2x+C_1,\ \int g(x)\,dx=x^2-x+C_2$$

일 때, 부정적분 $\int\{2f(x)+g(x)\}\,dx$는?

(단, C_1, C_2, C는 적분상수이다.)

① x^2-x+C ② x^2+C
③ x^2+3x+C ④ $2x^2-x+C$
⑤ $2x^2+3x+C$

유형 04 부정적분을 이용하여 함수 구하기(1)

594

함수 $f(x)=\int(3x-4)\,dx$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq 0$을 만족시킬 때, $f(0)$의 최솟값은?

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$
④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

595

함수 $f(x)=\int(3x^2-4x+a)\,dx$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=3,\ f(0)=5$$

일 때, $f(-1)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

596

함수 $f(x)=\int (x^2+1)(x^4-x^2+1)\,dx$에 대하여

$f(0)=\frac{6}{7}$일 때, $\lim_{x\to1}\frac{xf(x)-f(1)}{x^2-1}$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

597 서술형

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=3,\ \frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=4x-5$$

이고 $f(0)=-2$, $g(0)=-1$일 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

598

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=4x,$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=6x^2+6x-1$$

이고 $f(0)=2$, $g(0)=1$일 때, $f(-1)+g(2)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

599

평가원기출

이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int \{x^2+f(x)\}\,dx,\ f(x)g(x)=-2x^4+8x^3$$

을 만족시킬 때, $g(1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 05 부정적분을 이용하여 함수 구하기(2)

600

다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$에 대하여

$$\int (x-2)f'(x)\,dx=x^3-\frac{1}{2}x^2-10x+C$$

이고 $f(0)=-1$일 때, $f(2)$의 값은? (단, C는 적분상수이다.)

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

601

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(x)=\int xg'(x)\,dx,\ \frac{d}{dx}\{f(x)+g(x)\}=x^2-1$$

을 만족시킨다. $f(1)-g(1)=1$일 때, $f(2)-g(2)$의 값은?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

602

계수가 모두 유리수인 삼차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$에 대하여 방정식 $f'(x)=0$의 한 근이 $2-\sqrt{3}$일 때, 방정식 $f(x)=0$의 모든 근의 합은?

① -6 ② -2 ③ 2
④ 6 ⑤ 10

603 빈출

다항함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여

$$F(x)=xf(x)-2x^3+x^2-3$$

이 성립한다. $f(1)=5$일 때, $f(-1)$의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

604

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은?
(단, a는 상수이다.)

(가) $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int f'(x)\,dx=3x+a$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=2a+4$

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

605

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2+1}=2$, $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{f(x)-8}{x}=3$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)=g'(x)$이다.

$g(1)=3$일 때, $g(4)$의 값은?

① 30 ② 36 ③ 42
④ 48 ⑤ 54

606 빈출

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 두 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)+xy-2$$

를 만족시키고 $f'(0)=1$일 때, $f(1)$의 값은?

① $\dfrac{5}{2}$ ② 3 ③ $\dfrac{7}{2}$
④ 4 ⑤ $\dfrac{9}{2}$

607 서술형

모든 실수 x에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수가

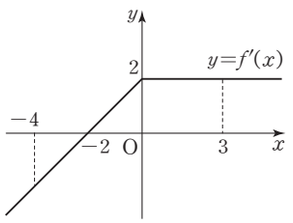
$$f'(x)=\begin{cases}2x & (x>1)\\ x^3+1 & (x\le1)\end{cases}$$

이고 $f(0)=\dfrac{3}{4}$일 때, $f(2)$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

608

함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$f(-4)+f(3)=12$일 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

609 빈출

모든 실수 x에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수가

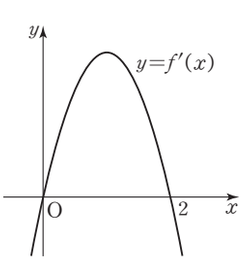
$$f'(x)=\begin{cases} k & (x>2) \\ x+1 & (x<2) \end{cases} \ (k\text{는 실수})$$

이고 $f(2)=5$일 때, $f(-2)+f(3)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

610 빈출 교육청변형

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(0)=f'(2)=0$이다.

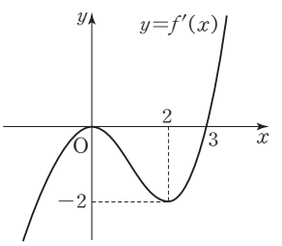


함수 $f(x)$의 극솟값이 -3, 극댓값이 5일 때, $f(1)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

611

사차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같고 극솟값이 $-\frac{3}{8}$일 때, $f(0)$의 값은?



① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

612

함수 $f(x)$에 대하여

$$f'(x)=4x^3-x^2-3x$$

이고, 함수 $f(x)$의 극댓값이 1일 때, $f(2)$의 값은?

① 8 ② $\frac{25}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ 9 ⑤ $\frac{28}{3}$

613 서술형

점 $(0, 9)$를 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 (x, y)에서의 접선의 기울기가 x^2-2x-3일 때, 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

614 서술형

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-4x+3$이고, 함수 $y=f(x)$의 그래프가 제1사분면에서 직선 $y=5x+2$에 접할 때, 함수 $f(x)$를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

615

원점을 지나는 곡선 $y=f(x)$ 위의 임의의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식이 $y=(a^2-4a)x+g(a)$일 때, $f(3)+g(-3)$의 값은?

① 24 ② 25 ③ 26
④ 27 ⑤ 28

유형 06 수학 I 통합 유형

616

방정식 $\log_x\left(\frac{d}{dx}\int x^5\,dx\right)=x^3-x^2-4x+9$의 근을 구하시오.

617

함수 $f(x)=x^{10}+x^9+x^8+\cdots+x+1$에 대하여

$$F(x)=\int\left[\frac{d}{dx}\left\{\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx\right\}\right]dx$$

이고 $F(0)=1$일 때, $F(2)$의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 2047
④ 2048 ⑤ 2049

618

함수 $f(x)=\int(1+2x+3x^2+\cdots+nx^{n-1})\,dx$에 대하여 $f(0)=1$일 때, $f(2)$의 값은? (단, n은 자연수이다.)

① $2^{n+1}-2$ ② $2^{n+1}-1$ ③ 2^{n+1}
④ $2^{n+1}+1$ ⑤ $2^{n+1}+2$

619

함수 $f(x)=\sum_{n=1}^{10}\frac{x^n}{n}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int f(x)\,dx$$

라 하자. $g(0)=3$일 때, $g(1)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

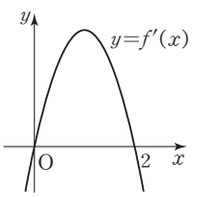
이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

삼차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같고, $f'(0)=f'(2)=0$이다.
조건①

함수 $f(x)$의 극솟값이 -3, 극댓값이 5일 때, $f(1)$의 값은?
조건② 답

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

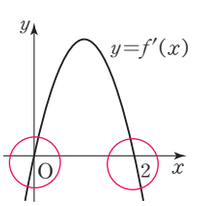


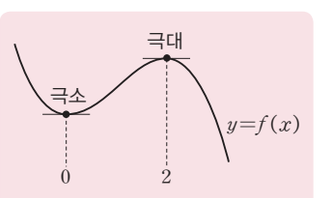
유형 05 부정적분을 이용하여 함수 구하기(2) 610

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
① 



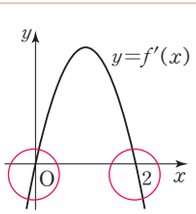
② $f(x)$의 극솟값 -3, 극댓값 5 → $f(0)=-3$, $f(2)=5$

도함수 $y=f'(x)$의 그래프에서 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	극소	↗	극대	↘

따라서 함수 $f(x)$는 $x=0$일 때 극소이고, $x=2$일 때 극대이므로 $f(0)=-3$, $f(2)=5$이다. …… ㉠

2 단계

조건
① 

② $f(x)$의 극솟값 -3, 극댓값 5

$f'(x)=ax(x-2)$ $(a<0)$

$f(x)=\frac{a}{3}x^3-ax^2+C$

$f(0)=-3$, $f(2)=5$

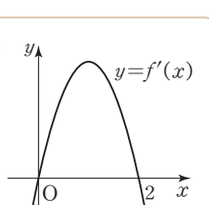
$f'(0)=0$, $f'(2)=0$이고 $f(x)$는 삼차함수이므로

$f'(x)=ax(x-2)$
$=ax^2-2ax$ $(a<0)$

로 놓을 수 있다. 이때 함수 $f'(x)$의 한 부정적분이 $f(x)$이므로

$f(x)=\int f'(x)dx$
$=\frac{a}{3}x^3-ax^2+C$ (C는 적분상수)
…… ㉡

3 단계

조건
① 

② $f(x)$의 극솟값 -3, 극댓값 5

$f'(x)=ax(x-2)$ $(a<0)$

$f(x)=\frac{a}{3}x^3-ax^2+C$

$f(0)=-3$, $f(2)=5$

$f(x)=-2x^3+6x^2-3$ → 답 $f(1)$의 값 → 1

㉠, ㉡에 의하여

$f(0)=C=-3$,

$f(2)=-\frac{4}{3}a+C=5$

이므로 위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=-6$, $C=-3$

따라서 $f(x)=-2x^3+6x^2-3$

이므로 $f(1)=1$

답 ①

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

620

교육청기출

이차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=-2$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f(f'(x))=f'(f(x))$이다.

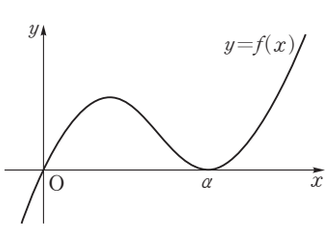
함수 $F(x)=\int f(x)\,dx$가 감소하는 구간을 $(a,\ b)$라 할 때, $b-a$의 최댓값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

621

선생님 Pick! 교육청기출

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f(\alpha)=0$, $f'(\alpha)=0$이고 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g\left(\frac{\alpha}{3}\right)$의 값은? (단, α는 양수이다.) [4점]



(가) $g'(x)=f(x)+xf'(x)$
(나) $g(x)$의 극댓값이 81이고 극솟값이 0이다.

① 56 ② 58 ③ 60
④ 62 ⑤ 64

622

교육청기출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$f(x)=\int xg(x)\,dx,\ \frac{d}{dx}\{f(x)-g(x)\}=4x^3+2x$$

를 만족시킬 때, $g(1)$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

623

서술형

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$가

$$3F(x)=x\{f(x)+4x\}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

624

| 선행 607 |

함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=|x^2-4|+2x$이고 함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점을 지날 때, $f(-3)+f(3)$의 값을 구하시오.

625

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=\begin{cases} 1 & (x<-1) \\ 2x & (-1<x<1) \\ -1 & (x>1) \end{cases}$$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값을 갖는다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.
ㄷ. $f(0)=2$이면 함수 $f(x)$의 최댓값은 3이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

626

| 선행 606 |

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x, y에 대하여

$$f(x+y)=f(x)+f(y)-3xy(x+y)+1$$

을 만족시킬 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(-1)=-f'(0)$
ㄴ. $f'(1)=-3$이면 함수 $f(x)$는 극값을 갖는다.
ㄷ. 함수 $f(x)$가 극값을 가질 때, 모든 극값의 합은 -2이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

627

두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-1)$의 값은?

(가) $f(x)=4x^3-8x^2+2x-6$
(나) $h(x)=f(x)+g(x)$, $i(x)=f(x)-2g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$의 도함수는 함수 $i(x)$의 부정적분 중 하나이다.

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

02 정적분

| 이전 학습 내용 |

• **부정적분** 01 부정적분

① 함수 $f(x)$에 대하여 $F'(x)=f(x)$일 때, 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라 한다.

② 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

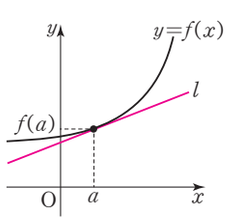
$$\int f(x)\,dx=F(x)+C$$

(단, C는 적분상수)

• **미분계수의 기하적 의미**

Ⅱ. 미분_01 미분계수와 도함수

함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a,\ f(a))$에서의 접선 l의 기울기를 의미한다.



• **함수의 실수배, 합, 차의 부정적분** 01 부정적분

함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 존재할 때

① $\int kf(x)\,dx=k\int f(x)\,dx$

(단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int \{f(x)\pm g(x)\}\,dx$

$=\int f(x)\,dx\pm\int g(x)\,dx$ (복부호동순)

• **부정적분과 미분의 관계** 01 부정적분

$$\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx=f(x)$$

현재 학습 내용

• **정적분**

1. 정적분의 정의 — 유형 01 정적분의 뜻과 계산

(1) 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 할 때, $F(b)-F(a)$의 값은 $f(x)$의 한 부정적분을 무엇으로 선택하는가에 관계없이 항상 일정하다. 이 일정한 값 $F(b)-F(a)$를 함수 $f(x)$의 a에서 b까지의 **정적분**이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\int_a^b f(x)\,dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

a를 아래끝, b를 위끝이라 한다.

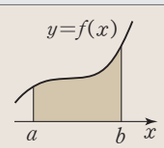
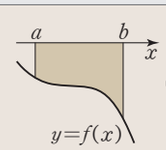
정적분 $\int_a^b f(x)\,dx$의 값을 구하는 것을 함수 $f(x)$를 a에서 b까지 적분한다고 한다.

(2) 일반적으로 정적분에서는 다음 등식이 성립한다.

① $\int_a^a f(x)\,dx=0$ ② $\int_a^b f(x)\,dx=-\int_b^a f(x)\,dx$

★ 정적분의 기하적 의미

정적분 $\int_a^b f(x)\,dx$의 값은 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이를 이용하여 구할 수 있다.

닫힌구간 $[a,\ b]$에서 $f(x)\geq 0$인 경우	닫힌구간 $[a,\ b]$에서 $f(x)\leq 0$인 경우
 ⇨ (넓이)$=\int_a^b f(x)dx$	 ⇨ (넓이)$=-\int_a^b f(x)dx$

정적분과 넓이에 대한 문제는 '03 **정적분의 활용**'에서 다루지만 위 내용을 이용하는 문제 일부를 '02 **정적분**'에 수록하였다.

특히 '유형 04 대칭성을 이용한 함수의 정적분'은 위 내용을 이해하고 풀어 보길 권장한다.

2. 정적분의 성질 — 유형 02 정적분의 성질, 유형 04 대칭성을 이용한 함수의 정적분

(1) **함수의 실수배, 합, 차의 정적분**

함수 $f(x)$, $g(x)$가 임의의 두 실수 a, b를 포함하는 구간에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)\,dx=k\int_a^b f(x)\,dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int_a^b \{f(x)\pm g(x)\}\,dx=\int_a^b f(x)\,dx\pm\int_a^b g(x)\,dx$ (복부호동순)

(2) **나누어진 구간에서의 정적분** — 유형 03 구간이 나누어진 함수의 정적분

임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 구간에서 함수 $f(x)$가 연속일 때

$$\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx$$

이 성질은 a, b, c의 대소에 관계없이 성립한다.

3. 정적분과 미분의 관계 — 유형 05 정적분과 미분의 관계, 유형 06 정적분으로 정의된 함수의 극한

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $\int_a^x f(t)\,dt=F(x)-F(a)$이므로 $\int_a^x f(t)\,dt$는 $f(x)$의 한 부정적분이다. 즉,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x)\ (\text{단, } a<x<b)$$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 정적분의 뜻과 계산

정적분의 정의를 이용하여

(1) $\int_a^b f(x)\,dx$

(2) $\int_a^a f(x)\,dx=0$, $\int_a^b f(x)\,dx=-\int_b^a f(x)\,dx$

를 계산하는 문제를 분류하였다.

628

$\int_0^1 (3x^2+2x)\,dx$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

629

다음 중 정적분의 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\int_0^1 dx$ ② $\int_0^1 2y\,dy$
③ $\int_1^0 (-3x^2)\,dx$ ④ $\int_1^1 x\,dx+\int_1^2 dt$
⑤ $\int_0^1 x\,dx+\int_1^2 t\,dt$

630

다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_1^1 (x^3-x+1)^{100}\,dx$

(2) $\int_{-10}^0 \left(\frac{x^4}{2}-1\right)^5 dx+\int_0^{-10}\left(\frac{x^4}{2}-1\right)^5 dx$

631

다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^2 10x^9\,dx$

(2) $\int_{-1}^2 (3x^2+1)\,dx$

(3) $\int_{-2}^1 (t-1)(t+1)\,dt$

632

정적분 $\int_1^3 (x-1)(x^2+x+1)\,dx$의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

633

정적분 $\int_1^2 \frac{t^3+8}{t+2}\,dt$의 값은?

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

634

$\int_0^1 (1-y)(y+1)(y^2+1)(y^4+1)\,dy=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값은?

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

635

다음 등식을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^2 (4x^3+ax)\,dx=6$

(2) $\int_{-1}^a (5-2x)\,dx=10$

636

함수 $f(x)=8x^3-2ax$에 대하여 $\int_1^2 f(x)\,dx=f(1)$이 성립할 때, 상수 a의 값은?

① 24 ② 22 ③ 20
④ 18 ⑤ 16

유형 02 정적분의 성질

정적분의 성질인

(1) $\int_a^b kf(x)\,dx=k\int_a^b f(x)\,dx$ (k는 0이 아닌 상수)

(2) $\int_a^b \{f(x)\pm g(x)\}\,dx=\int_a^b f(x)\,dx\pm\int_a^b g(x)\,dx$ (복부호동순)

(3) $\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx$

를 이용하여 정적분을 계산하는 문제를 분류하였다.
특히, **STEP 2**에서 (3)을 이용하여 주기함수의 정적분을 구하는 문제를 주의 깊게 학습해 두자.

637

정적분 $\int_0^1 (x+1)^3dx+\int_0^1 (x-1)^3dx$의 값은?

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

638 빈출

정적분 $\int_1^3 (4x^2+6x-5)\,dx+2\int_3^1 (3y-y^2)\,dy$의 값을 구하시오.

639

다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^4 \frac{x^2}{x+1}\,dx-\int_0^4 \frac{1}{y+1}\,dy$

(2) $\int_0^1 \frac{x^3}{x-2}\,dx+\int_1^0 \frac{8}{x-2}\,dx$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

640

정적분 $\int_{-2}^{0}(2x-1)\,dx+\int_{0}^{1}(2x-1)\,dx$의 값은?

① -4 ② -5 ③ -6
④ -7 ⑤ -8

641

정적분 $\int_{-1}^{\frac{1}{2}}(x^2-2x)\,dx+\int_{2}^{\frac{1}{2}}(2t-t^2)\,dt$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 6

642

정적분

$$\int_{1}^{3}(3x^2-4x)\,dx+\int_{-2}^{1}(3x^2-4x)\,dx-\int_{4}^{3}(3x^2-4x)\,dx$$

의 값은?

① 32 ② 36 ③ 40
④ 44 ⑤ 48

643

함수 $f(x)=4x^3+3x^2$에 대하여 정적분

$$\int_{1}^{5}f(x)\,dx-\int_{2}^{5}f(x)\,dx+\int_{-3}^{1}f(x)\,dx$$

의 값은?

① -45 ② -40 ③ -35
④ -30 ⑤ -25

644

연속함수 $f(x)$가 $\int_{1}^{-2}f(x)\,dx=5$, $\int_{0}^{1}f(x)\,dx=3$, $\int_{0}^{3}f(x)\,dx=10$을 만족시킬 때, $\int_{-2}^{3}f(x)\,dx$의 값은?

① -2 ② 2 ③ 8
④ 12 ⑤ 18

645

다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_{0}^{3}(x+2)^2dx-\int_{-1}^{3}(x-2)^2dx+\int_{-1}^{0}(x-2)^2dx$

(2) $\int_{1}^{2}(4x^2+5)\,dx+2\int_{1}^{2}(x-2x^2)\,dx-\int_{3}^{2}(2x+5)\,dx$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 03 구간이 나누어진 함수의 정적분

정적분의 성질 중

$\int_a^b f(x)\,dx=\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b f(x)\,dx$를 이용하여

(1) 구간이 나누어진 함수

(2) 절댓값을 포함한 함수

의 정적분을 구간별로 계산하는 문제를 분류하였다.

646

함수 $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x\geq 1) \\ -x^2+4 & (x<1) \end{cases}$에 대하여 정적분 $\int_0^2 f(x)\,dx$의 값은?

① 7 ② $\frac{22}{3}$ ③ $\frac{23}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{25}{3}$

647 빈출

정적분 $\int_{-1}^2 |x-1|\,dx$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

648 빈출

정적분 $\int_0^3 |x^2-2x|\,dx$의 값은?

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

649

정적분 $\int_0^2 |x^3-x^2|\,dx$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

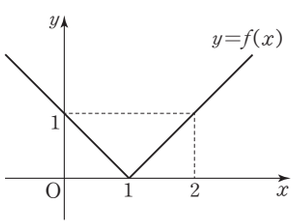
650

함수 $f(x)=\begin{cases} 1-x^3 & (x\leq 0) \\ 1+x^2 & (x>0) \end{cases}$에 대하여 정적분 $\int_{-1}^1 xf(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

651

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 정적분 $\int_0^3 (x-1)f(x)\,dx$의 값은?



① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 04 대칭성을 이용한 함수의 정적분

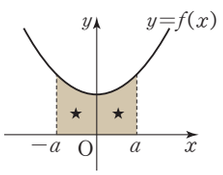
이 유형은 정적분 $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$의 값을 함수의 성질을 이용하여 간단하게 계산하는 문제를 분류하였다.

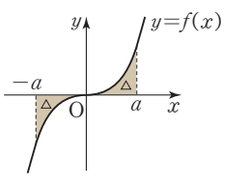
유형 해결 TIP

함수의 성질은 다음과 같이 2가지 방법으로 해석할 수 있다.

〈함수의 그래프의 대칭성 이용〉

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=\begin{cases} 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx & (y=f(x)\text{의 그래프가 } y\text{축 대칭}) \\ 0 & (y=f(x)\text{의 그래프가 원점 대칭}) \end{cases}$$





이를 다항함수에 적용하여 다음을 알 수 있다.

〈다항함수의 차수 이용〉

$$\int_{-a}^{a} x^n\,dx=\begin{cases} 2\int_{0}^{a} x^n\,dx & (n\text{이 짝수}) \\ 0 & (n\text{이 홀수}) \end{cases} \quad (n\text{은 자연수})$$

$$\int_{-a}^{a} k\,dx=2\int_{0}^{a} k\,dx \quad (k\text{는 상수})$$

652 빈출

정적분 $\int_{-1}^{1} (8x^7-5x^4+3x^3-4x+2)\,dx$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

653

다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_{-3}^{2} (4x^3+3x^2-1)\,dx-\int_{3}^{2} (4x^3+3x^2-1)\,dx$

(2) $\int_{-1}^{3} (x^5+x^2-4x+3)\,dx+\int_{3}^{4} (x^5+x^2-4x+3)\,dx$
$-\int_{1}^{4} (x^5+x^2-4x+3)\,dx$

654

실수 a에 대하여 $\int_{-a}^{a} (6x^2-5x)\,dx=\frac{1}{16}$일 때, $20a$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

655

함수 $f(x)=1+2x+3x^2+\cdots+10x^9$에 대하여 정적분 $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx+\int_{2}^{1} f(x)\,dx$의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 16

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

656

함수 $f(x)=(x^3+3)(x^4-x^2+2x-1)$에 대하여

정적분 $\int_{-2}^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx-\int_{2}^{\frac{1}{2}} f(x)\,dx$의 값은?

① 24 ② 30 ③ 36
④ 42 ⑤ 48

657

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=4x-3$일 때,

정적분 $\int_{-1}^{1} xf(x)\,dx$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

658

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시킨다. $\int_{-1}^{1}(x^2+x+1)f(x)\,dx=8$일 때, $\int_{0}^{1} xf(x)\,dx$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

659

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=f(x),\ g(-x)=-g(x)$$

를 만족시킨다. $\int_{-3}^{3}\{f(x)+g(x)\}dx=10$일 때, $\int_{0}^{3} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

660

모든 실수 a에 대하여 $\int_{-a}^{0} f(x)\,dx=-\int_{0}^{a} f(x)\,dx$를 만족시키는 함수 $f(x)$를 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(x)=-x^2$ ㄴ. $f(x)=2x^3+1$
ㄷ. $f(x)=-x^3+4x$ ㄹ. $f(x)=|x-1|$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄹ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 05 정적분과 미분의 관계

정적분과 미분의 관계인 $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x)$를 이용하여 해결하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

문제에서 $\int_a^x f(t)dt$를 포함한 등식이 주어졌을 때

(1) 양변에 $x=a$를 대입하여 $\int_a^a f(t)\,dt=0$

(2) 양변을 x에 대하여 미분하여 $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x)$

임을 이용하여 문제를 해결하도록 하자.

661

다음 등식을 만족시키는 함수 $f(x)$를 구하시오.

(1) $f(x)=\frac{d}{dx}\int_0^x (2t+5)\,dt$

(2) $f(x)=\frac{d}{dx}\int_1^x (t^2-3t+2)\,dt$

662

함수 $f(x)=\frac{d}{dx}\int_{-2}^x (t^3+5)\,dt$에 대하여 $f(1)$의 값은?

① -2 ② 0 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

663 빈출

함수 $F(x)=\int_0^x (t^2-2t+3)^2dt$에 대하여 $F'(-1)$의 값은?

① 9 ② 16 ③ 25
④ 36 ⑤ 49

664

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt=x^3+4x-5$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

665

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2-2t+4)\,dt$에 대하여

$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+5h)-f(2)}{h}$의 값은?

① 40 ② 45 ③ 50
④ 55 ⑤ 60

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

666 빈출

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 등식

$$\int_{-1}^{x} f(t)\,dt = x^4 - 2x^3 + ax + 5$$

를 만족시킬 때, $a+f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 18 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 26

667

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x) = \int_{1}^{x} f(t)\,dt + 2x^3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값을 구하시오.

668 빈출 서술형

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$\int_{a}^{x} f(t)\,dt = x^2 - 3x - 4$를 만족시킬 때, 다음을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 함수 $f(x)$
(2) 상수 a의 값

유형 06 정적분으로 정의된 함수의 극한

이 유형은

(1) $\lim_{x \to a} \frac{1}{x-a} \int_{a}^{x} f(t)\,dt$

(2) $\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_{a}^{a+h} f(t)\,dt$

와 같이 정적분으로 정의된 함수의 극한을 계산하는 문제를 분류하였다. 이때 미분계수의 정의를 정확하게 이해하여 문제를 해결하도록 하자.

669

함수 $f(x) = 2x^2 + 3x$에 대하여 다음 값을 구하시오.

(1) $\lim_{x \to 1} \frac{1}{x-1} \int_{1}^{x} f(t)\,dt$

(2) $\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_{1}^{h+1} f(x)\,dx$

670 빈출

$\lim_{x \to -2} \frac{1}{x+2} \int_{-2}^{x} (t^3 - 3t + 1)\,dt$의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

671 빈출

함수 $f(x)=4x^3+2x$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{1}{x^2-1}\int_1^x f(t)\,dt$의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

672

$\lim_{x\to1}\frac{1}{x^3-1}\int_1^x (t^3+5t^2-3)\,dt$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

673

$\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_2^{2+3h} (x^2-2x+5)\,dx$의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 15

674

함수 $f(x)=4x^3-3x^2+a$에 대하여

$\lim_{h\to0}\frac{1}{h}\int_{1-h}^{1+h} f(x)\,dx=6$일 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 정적분의 뜻과 계산

675

함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 임의의 점 (x, y)에서의 접선의 기울기가 $6x^2-2x+5$이고 $\int_0^1 f(x)\,dx=4$일 때, $f(0)$의 값은?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

676

정적분 $\int_0^1 (3a^2x^2-8ax+5)\,dx$의 값이 최소가 되도록 하는 상수 a의 값을 m, 그때의 정적분의 값을 n이라 할 때, $m+n$의 값을 구하시오.

677

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$f(0)=f(2)=f(4)=3$$

일 때, $\int_0^4 f(x)\,dx$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

678

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=g(x)$가 서로 다른 두 점 $(-1, f(-1))$, $(3, f(3))$에서 만난다. $f(0)=-2$, $g(0)=4$일 때, $\int_{-1}^2 \{f(x)-g(x)\}\,dx$의 값은?

① -20 ② -19 ③ -18
④ -17 ⑤ -16

679 빈출

닫힌구간 $[0, 1]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$f(x)=3x^2-4x+2\int_0^1 f(x)\,dx$$

일 때, $f(0)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 3

680

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=4x^3+\int_0^1 (2x-3)f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 f(x)\,dx$의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

681

이차방정식 $x^2-5x+1=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β $(\alpha<\beta)$라 할 때, $\int_{\alpha}^{\beta}(x^2-5x+1)\,dx$의 값은?

① $-\frac{7\sqrt{21}}{2}$ ② $-\frac{7\sqrt{21}}{3}$ ③ $-\frac{7\sqrt{21}}{6}$
④ $\frac{7\sqrt{21}}{6}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{21}}{2}$

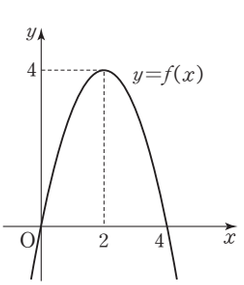
682

함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수를 $y=g(x)$, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수를 $y=h(x)$라 하자.
$\int_{-1}^{4}f(x)\,dx=5$일 때, $\int_{2}^{7}g(x)\,dx+\int_{-1}^{4}h(x)\,dx$의 값은?

① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

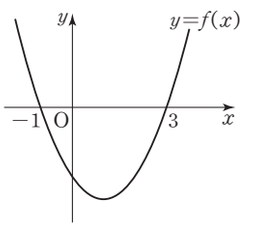
683 빈출 서술형

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $g(x)$에 대하여 $g(x)=\int_{1}^{x+2}f(t)\,dt$가 성립할 때, 함수 $g(x)$의 극댓값과 극솟값의 합을 구하고, 그 과정을 서술하시오.



684

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $g(x)=\int_{x}^{x+1}f(t)\,dt$는 $x=a$에서 최솟값을 갖는다. 실수 a의 값은?



① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

유형 02 정적분의 성질

685 평가원기출

모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\int_{0}^{3}f(x)\,dx=3\int_{0}^{1}f(x)\,dx$
ㄴ. $\int_{0}^{1}f(x)\,dx=\int_{0}^{2}f(x)\,dx+\int_{2}^{1}f(x)\,dx$
ㄷ. $\int_{0}^{1}\{f(x)\}^2dx=\left\{\int_{0}^{1}f(x)\,dx\right\}^2$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

686

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

(가) $f(6)=f(a)=0$
(나) $\int_{0}^{12} f(x)\,dx=\int_{6}^{12} f(x)\,dx$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

687

다항함수 $f(x)$가 임의의 자연수 k에 대하여

$$\int_{k}^{k+1} f(x)\,dx=2k+1$$

을 만족시킬 때, $\int_{1}^{6} f(x)\,dx$의 값은?

① 27 ② 29 ③ 31
④ 33 ⑤ 35

688

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-5}^{7} f(x)\,dx$의 값은?

(가) $-1\le x\le 1$일 때, $f(x)=-x^2+1$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$이다.

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

689

연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x-1)=f(x+1)$을 만족시키고 $\int_{1}^{3} f(x)\,dx=2$일 때, $\int_{-8}^{8} f(x)\,dx$의 값은?

① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

690

모든 실수 x에 대하여 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{9}^{10} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

(가) $\int_{0}^{1} f(x)\,dx=1$
(나) $\int_{n}^{n+2} f(x)\,dx=\int_{n}^{n+1} 2x\,dx$ (단, $n=0, 1, 2, \cdots$)

유형 03 구간이 나누어진 함수의 정적분

691

| 선행 646 |

연속함수 $f(x)=\begin{cases} -4x+a & (x\ge 1) \\ 3x^2-2x & (x<1) \end{cases}$에 대하여

$\int_{-1}^{3} f(x)\,dx=b$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

692

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+ax & (x\le -1) \\ 2x^3+bx^2-3 & (x>-1) \end{cases}$$

에 대하여 $\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① $-\frac{13}{2}$ ② -6 ③ $-\frac{11}{2}$
④ -5 ⑤ $-\frac{9}{2}$

693 서술형

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여

$$f'(x)=\begin{cases} 2x-2 & (x\ge 2) \\ 2 & (x<2) \end{cases}$$

이고 $f(0)=1$일 때, 정적분 $\int_{-1}^{5} f(x)\,dx$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

694

다음 등식을 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오.

(1) $\int_{0}^{a} |2x-1|\,dx=\frac{13}{2}$ $\left(\text{단, } a>\frac{1}{2}\right)$

(2) $\int_{0}^{2} |x^2-a^2|\,dx=2$ (단, $a>0$)

695

교육청기출

x에 대한 방정식 $\int_{0}^{x} |t-1|\,dt=x$의 양수인 실근이 $m+n\sqrt{2}$일 때, m^3+n^3의 값을 구하시오.

(단, m, n은 유리수이다.)

696

삼차함수 $f(x)$가 $x=1$에서 극댓값 1을 갖고, $x=3$에서 극솟값 -3을 가질 때, $\int_{0}^{3} |f'(x)|\,dx$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

697

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=0$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)<0$이다.
(다) $\int_{-2}^{3} f(x)\,dx=5$, $\int_{-2}^{3} |f(x)|\,dx=9$

$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$의 값은?

① -7 ② -2 ③ 2
④ 7 ⑤ 14

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

698

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-4}^{8} f(x+1)\,dx$의 값은?

(가) $f(x)=\begin{cases} x^2 & (0\le x<2) \\ -2x+8 & (2<x\le 4) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x-1)=f(x+3)$이다.

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

유형 04 대칭성을 이용한 함수의 정적분

699

이차함수 $f(x)=x^2+ax+b$에 대하여

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=4,\ \int_{-1}^{1} xf(x)\,dx=10$$

이 성립할 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

700

정적분 $\int_{-2}^{2} (5x|x|-3x^2-2|x|+4)\,dx$의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

701 서술형

두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(-x)=f(x)$, $g(-x)=-g(x)$이다.

(나) $\int_{-2}^{0} f(x)\,dx=-3$, $\int_{0}^{-2} g(x)\,dx=7$

$\int_{0}^{2} \{f(x)-2g(x)\}\,dx$의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오.

702

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-2}^{2} (x-3)f(x)\,dx$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.

(나) $\int_{0}^{2} f(x)\,dx=-5$

① -30 ② -10 ③ 10
④ 30 ⑤ 50

703

연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)+f(-x)=0$이고 $\int_{0}^{3} xf(x)\,dx=6$을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{-3}^{3} (x^2-4x+2)f(x)\,dx$의 값은?

① -48 ② -24 ③ 0
④ 24 ⑤ 48

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

704

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{4}^{9} xf(x)\,dx$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.
(나) $\int_{-4}^{1} xf(x)\,dx=3$, $\int_{-1}^{9} xf(x)\,dx=10$

① 4 ② 7 ③ 10
④ 13 ⑤ 16

705

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정적분 $\int_{2}^{3} f(x)\,dx$의 값은?

(가) 곡선 $y=f(x)$는 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.
(나) $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx=4$, $\int_{1}^{6} f(x)\,dx=10$

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

706

연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(6-x)=f(x)$를 만족시킨다. $\int_{-6}^{-1} f(x)\,dx=13$, $\int_{10}^{12} f(x)\,dx=5$일 때, 정적분 $\int_{7}^{10} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

707

평가원기출

이차함수 $f(x)$는 $f(0)=-1$이고,

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\int_{0}^{1} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$$

를 만족시킨다. $f(2)$의 값은?

① 11 ② 10 ③ 9
④ 8 ⑤ 7

708

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값 -4를 갖는다.

$\int_{-1}^{1} (x-2)|f'(x)|\,dx$의 값은?

① -4 ② -8 ③ -12
④ -16 ⑤ -20

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

709

연속함수 $f(x)$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c는 상수이다.)

보기

ㄱ. $\int_a^b f(x)\,dx=\int_b^a f(x)\,dx$이면 $a=b$이다.

ㄴ. $\int_a^b f(x)\,dx=\int_{-b}^{-a} f(-x)\,dx$

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이고, 서로 다른 세 수 a, b, c에 대하여 $\int_a^b f(x)\,dx<\int_a^c f(x)\,dx$이면 $a<b<c$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

710

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이고, 함수 $y=g(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 상수이다.)

보기

ㄱ. $\int_{-a}^{a}\{f(x)+g(x)\}\,dx=2\int_0^a\{f(x)+g(x)\}\,dx$

ㄴ. $\int_{-a}^{a} g(f(x))\,dx=2\int_0^a g(f(x))\,dx$

ㄷ. $\int_{-a}^{a} f(g(x))\,dx=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

711

연속함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=f(x)+f(-x),\ h(x)=f(x)-f(-x)$$

라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.)

보기

ㄱ. $\int_{-a}^{a} g(x)\,dx=2\int_0^a g(x)\,dx$

ㄴ. $\int_a^b h(-x)dx=\int_b^a h(x)\,dx$

ㄷ. $\int_{-a}^{a} g(2x)h(x)\,dx=0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

712

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_{-2}^{2}\{f(x)+f(-x)\}\,dx=12$

(나) $\int_{-2}^{0}\{f(x)-f(-x)\}\,dx=-4$

$\int_0^2 f(x)\,dx$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

713

평가원기출

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(-x)=-f(x),\ g(-x)=g(x)$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+5)h'(x)\,dx=10$$

일 때, $h(3)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 05 정적분과 미분의 관계

714

함수 $f(x)=x^3+ax^2-2$가

$$\int_{2}^{x}\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=\frac{d}{dx}\int_{0}^{x}f(t)dt$$

를 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$
④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

715

선생님 Pick! 평가원기출

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x}\left\{\frac{d}{dt}f(t)\right\}dt=x^3+ax^2-2$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

716

교육청기출

상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{1}^{x}f(t)dt=\{f(x)\}^2$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

717

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $F(x)$를

$$F(x)=f(x)-4x+3\int_{2}^{x}f(t)\,dt$$

라 하자. 다항식 $F(x)$가 이차식 $(x-2)^2$으로 나누어떨어질 때, $f(2)-f'(2)$의 값은?

① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

718

다항함수 $f(x)$가

$$\int_{0}^{x}f(t)\,dt=x^3-3x^2+x\int_{0}^{2}f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은?

① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13
④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

719

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{-1}^{x}(x-t)f(t)\,dt=x^4-2x^2+1$$

을 만족시킬 때, 방정식 $f(x)=0$의 모든 근의 곱은?

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ -1
④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

720

미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$$\int_{1}^{x}(x-t)f(t)\,dt=x^3+ax^2+bx-2$$

가 성립할 때, $f(a)+f(b)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -16 ② -14 ③ -12
④ -10 ⑤ -8

721

함수 $f(x)=\int_{1}^{x}(3t^2-4t)\,dt$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(2,\ f(2))$에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① -3 ② $\frac{1}{2}$ ③ 4
④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 11

722

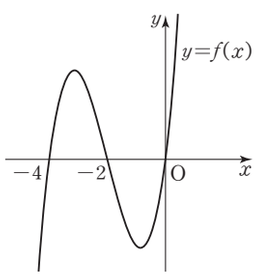
함수 $f(x)=\int_{0}^{x}(t-1)(t-3)\,dt$의 극솟값은?

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

723

교육청기출

함수 $f(x)=x(x+2)(x+4)$에 대하여 함수 $g(x)=\int_{2}^{x}f(t)\,dt$는 $x=\alpha$에서 극댓값을 갖는다. $g(\alpha)$의 값은?



① -28 ② -29 ③ -30
④ -31 ⑤ -32

724

함수 $f(x)=x^2+4x+k$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{0}^{x}f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$의 역함수가 존재할 때, $f(2)$의 최솟값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

725

모든 실수 x에 대하여 함수 $f(x)$가

$$\int_1^x (x-t)f(t)\,dt = x^3 - ax^2 + b$$

를 만족시킬 때, $f(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

726

닫힌구간 $[1, 3]$에서 함수 $f(x)=\int_0^x (t^2-3t+2)\,dt$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

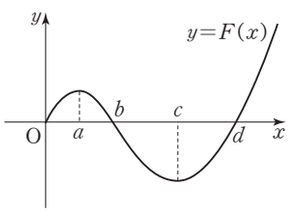
727

닫힌구간 $[0, 3]$에서 함수 $f(x)=\int_x^1 4t(t+1)(t-2)\,dt$의 최댓값은?

① $-\frac{40}{3}$ ② $-\frac{19}{3}$ ③ 0
④ $\frac{19}{3}$ ⑤ $\frac{40}{3}$

728

연속함수 $f(x)$에 대하여 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$일 때, $x\geq 0$에서 함수 $y=F(x)$의 그래프는 그림과 같다.



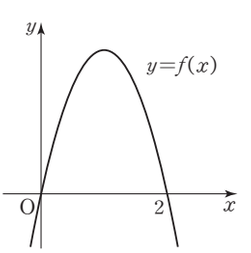
〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.
(단, 함수 $F(x)$는 $x=a$, $x=c$에서 극값을 갖는다.)

보기

ㄱ. $f(a)>0$ ㄴ. $f(b)<0$
ㄷ. $f(c)=0$ ㄹ. $f(d)>0$

729

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 함수 $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $g'(2)=0$
ㄴ. 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 06 정적분으로 정의된 함수의 극한

730

$\lim_{x\to3}\frac{1}{x^2-2x-3}\int_3^x |t-5|\,dt$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

731

함수 $f(x)=\int_0^x (3t^2+2t+k)\,dt$에 대하여

$\lim_{x\to1}\frac{1}{x^2-1}\int_1^x f'(t)\,dt=4$일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

732

| 선행 670 |

$\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\int_4^{x^2} (t^2-3t+4)\,dt$의 값은?

① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

733

함수 $f(x)=-x^7+6x+a$에 대하여

$$\lim_{x\to-1}\frac{1}{x+1}\int_{-1}^{x^3} f(t)\,dt=12$$

일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

734

| 선행 671 |

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)=1$, $f'(2)=6$일 때,

$$\lim_{x\to2}\frac{1}{x^3-8}\int_2^x \{1+f(t)\}^3 f'(t)\,dt$$

의 값은?

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

735

함수 $f(x)=x^5-7x+3$에 대하여

$\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\int_0^x (x-t+2)f'(t)\,dt$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

736

| 선행 674 |

함수 $f(x)=\int_{-1}^{x}(2t-1)^3dt$에 대하여

$\lim_{h\to0}\frac{1}{h^2-2h}\int_{1-h}^{1+3h}f(t)\,dt$의 값은?

① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

737

함수 $f(x)=x^2+ax+b$가 다음 조건을 만족시킬 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

(가) $\lim_{x\to-1}\frac{\int_{-1}^{x}f(t)\,dt}{x+1}=-4$

(나) $\int_{0}^{1}f(x)dx=\frac{4}{3}$

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

738

다항함수 $f(x)$가 등식

$$(x-1)f(x)=3(x-1)^2+\int_{-1}^{x}f(t)\,dt$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\int_{1}^{x+1}f(t)\,dt$의 값은?

① -12 ② -6 ③ 0
④ 6 ⑤ 12

739

교육청기출

다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}\frac{\int_{1}^{x}f(t)\,dt-f(x)}{x^2-1}=2$를 만족시킬 때, $f'(1)$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 정적분 $\underbrace{\int_{-2}^{2}(x-3)f(x)\,dx}_{\text{답}}$의 값은?

(가) $\underbrace{\text{모든 실수 } x\text{에 대하여 } f(-x)=f(x)\text{이다.}}_{\text{조건①}}$

(나) $\underbrace{\int_{0}^{2}f(x)\,dx=-5}_{\text{조건②}}$

① -30 ② -10 ③ 10 ④ 30 ⑤ 50

유형04 대칭성을 이용한 함수의 정적분 702

III

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
① $f(-x)=f(x)$
② $\int_{0}^{2}f(x)\,dx=-5$

답
$\int_{-2}^{2}(x-3)f(x)\,dx$의 값

↓

$\int_{-2}^{2}xf(x)\,dx-3\int_{-2}^{2}f(x)\,dx$

구해야 하는 정적분을 정적분의 성질을 이용하여 변형해 보면

$\int_{-2}^{2}(x-3)f(x)\,dx$

$=\int_{-2}^{2}xf(x)\,dx-3\int_{-2}^{2}f(x)\,dx$ …… ㉠

2 단계

조건
① $f(-x)=f(x)$

↓

$y=f(x)$: y축 대칭
$y=xf(x)$: 원점 대칭

② $\int_{0}^{2}f(x)\,dx=-5$

답
$\int_{-2}^{2}(x-3)f(x)\,dx$의 값

$\int_{-2}^{2}xf(x)\,dx-3\int_{-2}^{2}f(x)\,dx$

이때 조건 (가)에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.
또한, $g(x)=xf(x)$라 하면 모든 실수 x에 대하여

$g(-x)=-xf(-x)$
$=-xf(x)=-g(x)$

이므로 함수 $y=g(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

3 단계

조건
① $f(-x)=f(x)$

$y=f(x)$: y축 대칭
$y=xf(x)$: 원점 대칭

② $\int_{0}^{2}f(x)\,dx=-5$

답
$\int_{-2}^{2}(x-3)f(x)\,dx$의 값

$\int_{-2}^{2}xf(x)\,dx-3\int_{-2}^{2}f(x)\,dx$

30

따라서 ㉠에서

$\int_{-2}^{2}xf(x)\,dx-3\int_{-2}^{2}f(x)\,dx$

$=0-2\times3\int_{0}^{2}f(x)\,dx$

$=-2\times3\times(-5)$ ($\because$ 조건 (나))

$=30$

답 ④

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

740 빈출

함수 $f(x)=\int_0^3 |t-x|\,dt$는 $x=a$일 때 최솟값 m을 갖는다. $a+m$의 값은? (단, a, m은 상수이다.)

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

741

함수 $f(x)=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 함수 $y=g(x)$의 그래프와 일치한다. $g(0)=0$, $\int_0^a f(x)\,dx-\int_a^{2a} g(x)\,dx=27$일 때, 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

742

| 선행 702 |

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시키고 $f(1)=-3$일 때, $\int_{-1}^1 (x-4)f'(x)\,dx$의 값은?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

743

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$, $g(x)=xf(x)$를 만족시킨다. $\int_{-3}^3 (-x^3+2x+5)g'(x)\,dx=40$일 때, $g(3)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

744

평가원기출

이차함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_0^2 |f(x)|\,dx=-\int_0^2 f(x)\,dx=4$

(나) $\int_2^3 |f(x)|\,dx=\int_2^3 f(x)\,dx$

$f(5)$의 값을 구하시오.

745

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)<g'(x)$이다.

(나) $f(3)=g(3)$

(다) $\int_0^3 |f(x)-g(x)|\,dx=4$, $\int_3^5 |f(x)-g(x)|\,dx=10$

$\int_0^5 \{f(x)-g(x)\}\,dx$의 값은?

① -14 ② -6 ③ 0
④ 6 ⑤ 14

746

교육청기출 | 선행 698 |

함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} x & (0\le x<1) \\ 1 & (1\le x<2) \\ -x+3 & (2\le x<3) \end{cases}$$

이다. $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx=13$일 때, 상수 a의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

747

교육청기출

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)$이다.

(다) $\int_{-1}^{1} (2x+3)f(x)\,dx=15$

$\int_{-6}^{10} f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

748

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?

(가) 임의의 실수 x, y에 대하여
$f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$이다.

(나) 함수 $S(x)=\int_0^x (t-3)f'(t)\,dt$의 극값이 존재하지 않는다.

① -14 ② -12 ③ -10
④ -8 ⑤ 6

749

평가원기출

양수 a에 대하여 삼차함수 $f(x)=-x(x+a)(x-a)$의 극대인 점의 x좌표를 b라 하자.

$$\int_{-b}^{a} f(x)\,dx=A,\ \int_{b}^{a+b} f(x-b)\,dx=B$$

일 때, $\int_{-b}^{a} |f(x)|\,dx$의 값은?

① $-A+2B$ ② $-2A+B$ ③ $-A+B$
④ $A+B$ ⑤ $A+2B$

750

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 등식

$$f(x)=3x^2-6x+5-f(2-x)$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\,dx$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

751

이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 양수 a의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 k에 대하여 $\int_{1-k}^{2} f(x)\,dx=\int_{2}^{3+k} f(x)\,dx$이다.

(나) $\int_2^4 f(x)\,dx=a$, $\int_0^3 f(x)\,dx=a^2$

(다) $\int_1^2 f(x)\,dx=6$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

752

평가원기출 | 선행 729 |

함수 $f(x)=\begin{cases} -1 & (x<1) \\ -x+2 & (x\geq 1) \end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\int_{-1}^{x}(t-1)f(t)\,dt$라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $g(x)$는 열린구간 $(1, 2)$에서 증가한다.
ㄴ. $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.
ㄷ. 방정식 $g(x)=k$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k가 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

753

최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.
(나) 극댓값은 5이고 극솟값은 존재하지 않는다.
(다) $|f(-1)|=8$

$\int_{0}^{1}f(x)\,dx$의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

754

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+f(-x)=x^2+3$$

을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{3}f(x)\,dx$의 값은?

① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

755

| 선행 689 |

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+3)$이다.
(나) $\int_{-1}^{4}f(x)\,dx=8$, $\int_{1}^{5}f(x)\,dx=7$

$\int_{1000}^{1001}f(x)\,dx-\int_{1001}^{1003}f(x)\,dx$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

756

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{1}^{13} f(x)\,dx$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

(가) $f(x)=ax^2\ (0\le x<2)$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)+2$이다.

757

최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{0}^{x} |f(t)-2t|\,dt$$

라 하자. 함수 $g'(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하게 하는 함수 $f(x)$ 중에서 $f(5)$의 최솟값을 구하시오.

758

함수 $f(x)=\left|\int_{a-2}^{x} (t^3-at^2)\,dt\right|$가 오직 한 점에서만 미분가능하지 않을 때, 가능한 모든 상수 a의 값의 합은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

759

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(f(x))=\int_{0}^{x} f(t)\,dt-x^2+6x-6$$

을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

760

상수함수가 아닌 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)+2\int_{1}^{x} f(t)\,dt=4x^2-8x+1$
(나) $f(x)g'(x)=6x^2-16x+8$

$g(0)\ne 0$일 때, $g(4)$의 값을 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

761

평가원기출

삼차함수 $f(x)=x^3-3x-1$이 있다. 실수 t $(t\geq-1)$에 대하여 $-1\leq x\leq t$에서 $|f(x)|$의 최댓값을 $g(t)$라 하자.

$\int_{-1}^{1} g(t)\,dt=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

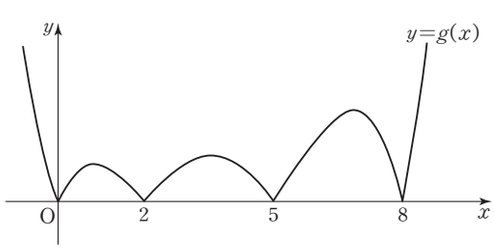
762

평가원기출 선행문제 728

삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
ㄴ. $f'(0)<0$
ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

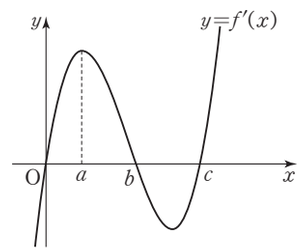
① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

763

| 선행 729 |

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같다. 서로 다른 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f'(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 갖고

$\int_0^b f'(x)\,dx>\int_b^c |f'(x)|\,dx$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $f'(0)=f'(b)=f'(c)=0$이다.)



보기

ㄱ. $x\geq0$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=c$에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. $a<k<b$일 때, $\frac{f(k)-f(a)}{k-a}>\frac{f(k)-f(b)}{k-b}$이다.
ㄷ. $\int_a^c f'(x)\,dx=0$이면 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=f(a)$는 서로 다른 세 점에서 만난다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

764 서술형

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)+f(x)=0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를 $g(x)=\frac{d}{dx}\int_1^x xf(t)\,dt$라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=g(x)$가 성립함을 서술하시오.
(2) $g'(a)=0$인 실수 a가 열린구간 $(-1, 1)$에 적어도 하나 존재함을 보이는 과정을 서술하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

03 정적분의 활용

| 이전 학습 내용 |

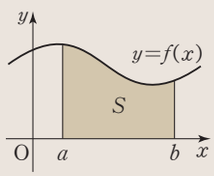
현재 학습 내용

• **넓이**

1. 정적분과 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(x) \geq 0$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

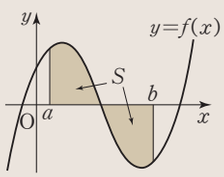
$$S=\int_a^b f(x)\,dx$$



2. 곡선과 x축 사이의 넓이 ····· 유형 01 곡선과 x축 사이의 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

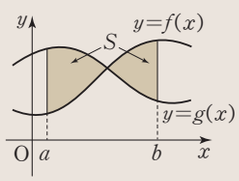
$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$



3. 두 곡선 사이의 넓이 ····· 유형 02 ~ 유형 04 두 곡선 사이의 넓이

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$



유형 05 곡선과 y축 사이의 넓이

• **속도와 가속도** Ⅱ. 미분_04 도함수의 활용 (3)

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치를 $x=f(t)$라 할 때, 시각 t에서의 점 P의 속도 v와 가속도 a는

$$v=\frac{dx}{dt}=f'(t),\ a=\frac{dv}{dt}$$

• **속도와 거리** ····· 유형 06 속도와 거리

1. 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 움직인 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 t_0에서의 점 P의 위치를 x_0이라 할 때

위치 $\underset{\text{적분}}{\overset{\text{미분}}{\rightleftarrows}}$ 속도

① 시각 t에서의 점 P의 위치 x는 $x=x_0+\int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$

② 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\int_a^b v(t)\,dt$

③ 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $s=\int_a^b |v(t)|\,dt$

유형 07 수학 Ⅰ 통합 유형

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 곡선과 x축 사이의 넓이

곡선 $y=f(x)$와 x축 사이의 넓이를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

이 유형의 문제는 다음과 같은 순서로 해결하자.

❶ 방정식 $f(x)=0$의 실근 구하기

❷ $f(x)\geq 0$, $f(x)\leq 0$을 기준으로 각각의 넓이 구하기

특히, $f(x)$가 이차함수일 때는 다음을 이용하여 계산을 간단하게 하자.

<이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 사이의 넓이>

이차함수 $f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)(\alpha<\beta)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하면

$S=\int_{\alpha}^{\beta}|f(x)|dx=\frac{|a|(\beta-\alpha)^3}{6}$이다.

765 빈출

다음 곡선과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

(1) $y=-x^2+1$

(2) $y=x^2-2x$

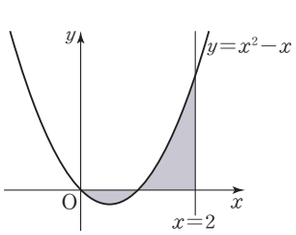
766

곡선 $y=-x^2+x+2$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값은? (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

767

그림과 같이 곡선 $y=x^2-x$와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

768

다음 곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

(1) $y=x^2+1$, x축, $x=-1$, $x=2$

(2) $y=3x^2-12x+9$, x축, $x=0$, $x=2$

769

함수 $y=x^3-3x^2+2x$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

770

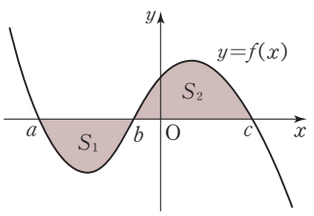
곡선 $y=x(x-1)^2$과 x축 및 두 직선 $x=-1$, $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

771

그림과 같이 연속함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $\int_b^a f(x)\,dx=S_1$

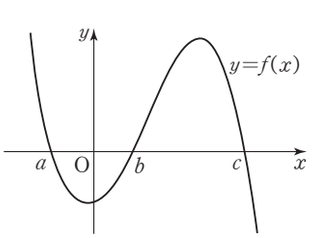
ㄴ. $\int_a^c f(x)\,dx=S_2-S_1$

ㄷ. $\int_a^c |f(x)|\,dx=S_1+S_2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

772

연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.
$\int_a^c f(x)\,dx=8$, $\int_b^c f(x)\,dx=14$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



① 16 ② 18 ③ 20
④ 22 ⑤ 24

유형 02 두 곡선 사이의 넓이(1)

두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 사이의 넓이를 구하는 기본적인 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

이 유형의 문제는 다음과 같은 순서로 해결하자.

❶ 방정식 $f(x)=g(x)$의 실근 구하기
❷ $f(x)\geq g(x)$, $f(x)\leq g(x)$를 기준으로 각각의 넓이 구하기

773

곡선 $y=x^2-x+3$과 직선 $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

774 빈출

곡선 $y=x^2+2$와 직선 $y=-x+4$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

775 빈출

두 곡선 $y=x^2-1$, $y=-x^2+2x+3$으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

776

곡선 $y=x^3-3x$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$
④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

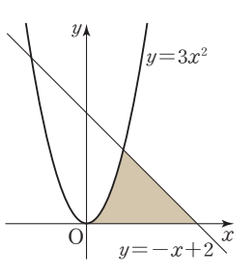
777

다음 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $y=x^3-x^2$, $y=x^2$
(2) $y=x^3-3x^2+2x$, $y=x^2-x$

778

그림에서 색칠한 부분의 넓이를 S라 하면 $S=\frac{q}{p}$일 때, $q-p$의 값은? (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

779

$0\le x\le 3$일 때, 곡선 $y=-x^2+2$와 직선 $y=x-4$ 및 두 직선 $x=0$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{59}{6}$ ② 10 ③ $\frac{61}{6}$
④ $\frac{31}{3}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

유형 03 두 곡선 사이의 넓이(2)

곡선 $y=f(x)$와 그 접선 $y=l(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

이 유형의 문제는 다음과 같은 순서로 해결하자.

❶ 접선 $y=l(x)$의 방정식 구하기
❷ 방정식 $f(x)=l(x)$의 실근 구하기
❸ $f(x)\ge l(x)$, $f(x)\le l(x)$를 기준으로 각각의 넓이 구하기

780

곡선 $y=-x^2+4x$와 그 위의 점 $(1, 3)$에서의 접선 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

781

곡선 $y=x^2-2x+8$과 이 곡선 위의 점 $(2, 8)$에서의 접선 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 04 두 곡선 사이의 넓이(3)

함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

함수 $g(x)$의 식을 이용하여 정적분의 값을 계산하는 것이 아니라 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 직선 $y=x$에 대하여 대칭임을 이용하자.

782

다음 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $f(x)=x^2\ (x\geq 0)$

(2) $f(x)=x^3$

유형 05 곡선과 y축 사이의 넓이

곡선 $x=f(y)$와 y축 사이의 넓이를 구하는 문제를 분류하였다.

유형 해결 TIP

이 유형의 문제는 다음과 같은 순서로 문제를 해결하자.

❶ 방정식 $f(y)=0$의 실근 구하기

❷ $f(y)\geq 0$, $f(y)\leq 0$을 기준으로 각각의 넓이 구하기

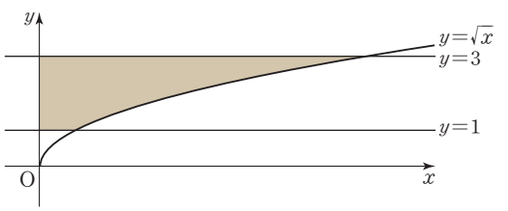
783

곡선 $x=3y^2-6y$와 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

784

곡선 $y=\sqrt{x}$와 y축 및 두 직선 $y=1$, $y=3$으로 둘러싸인 도형의 넓이는?



① 8 ② $\frac{25}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$ ④ 9 ⑤ $\frac{28}{3}$

785

곡선 $y=\sqrt{x+2}$와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

786

곡선 $y=\sqrt{x+1}-2$와 y축 및 두 직선 $y=-2$, $y=0$으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 06 속도와 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 위치, 위치의 변화량, 움직인 거리를 구하는 문제를 분류하였다. 이때 이 세 가지 개념을 혼동하여 실수하지 않도록 유의하자.

787

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도가 $v(t)=4-2t$일 때, 다음을 구하시오.

(1) 시각 $t=3$에서의 점 P의 위치

(2) $t=0$에서 $t=3$까지 점 P의 위치의 변화량

(3) 출발 후 3초 동안 점 P가 움직인 거리

788 빈출 서술형

수직선 위에서 좌표가 3인 점을 출발하여 움직이는 물체의 시각 t에서의 속도 $v(t)$는 $v(t)=t^2-4t+3$이다. 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 시각 t에서의 물체의 위치를 구하시오.

(2) $t=1$에서 $t=4$까지 물체의 위치의 변화량을 구하시오.

(3) $t=1$에서 $t=4$까지 물체가 움직인 거리를 구하시오.

789

원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0\le t\le 7)$에서의 속도 $v(t)$는

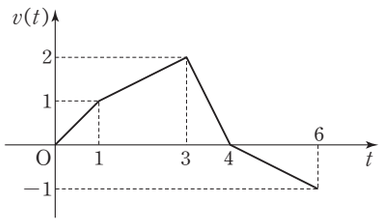
$$v(t)=\begin{cases} t & (0\le t<4) \\ 12-2t & (4\le t\le 7) \end{cases}$$

이다. $t=7$일 때, 점 P의 위치는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

790

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0\le t\le 6)$에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=6$까지 움직인 거리는?



① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

791

지면에서 12 m/s의 속도로 똑바로 위로 던진 야구공의 t초 후의 속도가

$$v(t)=12-6t\ (\text{m/s})$$

일 때, 3초 후의 야구공의 높이를 a m, 3초 동안 야구공이 실제로 움직인 거리를 b m라 하자. $a+b$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

792

지면에서 v_0 m/s의 속도로 똑바로 위로 던진 어떤 물체의 t초 후의 속도가 $v(t)=v_0-10t$ (m/s)이다. 던진 시점에서 2초 후 이 물체가 30 m 상공에 도달한다고 할 때, v_0의 값은?

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

793

직선 궤도를 20 m/s의 속도로 달리고 있는 열차가 제동을 걸었을 때, t초 후의 속도 $v(t)$는 $v(t)=20-\frac{5}{2}t$ (m/s)이다. 이 열차가 제동을 건 후부터 정지할 때까지 움직인 거리는?

① 70 m ② 80 m ③ 90 m
④ 100 m ⑤ 110 m

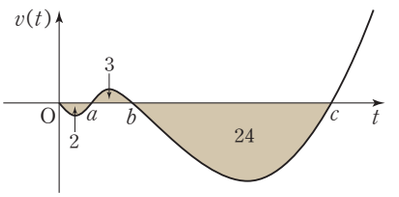
794

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=2t-8$일 때, 점 P가 출발 후 운동 방향이 바뀌는 시각에서 점 P의 위치는?

① -24 ② -20 ③ -16
④ -12 ⑤ -8

795

수직선 위에서 좌표가 5인 점을 출발하여 움직이는 어떤 물체의 시각 t에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같다. 색칠한 세 부분의 넓이가 차례로 2, 3, 24일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



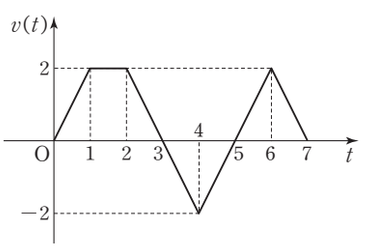
보기

ㄱ. $t=0$에서 $t=c$까지 이 물체의 위치의 변화량은 -23이다.
ㄴ. $t=0$에서 $t=c$까지 이 물체의 이동 거리는 29이다.
ㄷ. $t=c$일 때, 이 물체의 위치는 -18이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

796

원점을 출발하여 수직선 위를 7초 동안 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $t=3$에서 점 P의 위치는 0이다.
ㄴ. 점 P는 운동 방향을 2번 바꿨다.
ㄷ. $0\le t\le 7$에서 점 P가 움직인 거리는 8이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

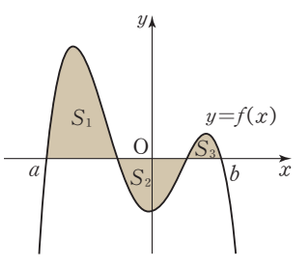
이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 07 수학 Ⅰ 통합 유형

〈수학 Ⅰ〉을 학습하지 않고 〈수학 Ⅱ〉를 학습하는 학생들을 위하여 〈수학 Ⅰ〉에서 다루는 지수, 로그, 삼각함수, 수열을 다루는 문항을 분류하였다.

797

연속함수 $f(x)$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 왼쪽부터 차례로 S_1, S_2, S_3이라 할 때, S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이루고 $S_2=12$이다. $\int_a^b f(x)\,dx$의 값은?

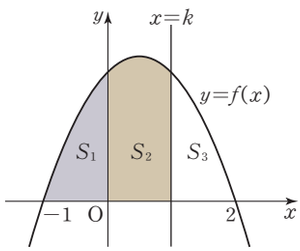


① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

798

교육청기출

함수 $f(x)=-x^2+x+2$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분을 y축과 직선 $x=k$ $(0<k<2)$로 나눈 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하자. S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, S_2의 값은?



① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 01 곡선과 x축 사이의 넓이

799

곡선 $y=x^2-a$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{32}{3}$일 때, 양수 a의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

800

곡선 $y=2x^3$과 x축 및 두 직선 $x=-2$, $x=a$로 둘러싸인 도형의 넓이가 10일 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

801

곡선 $y=x^2+4|x|-5$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

802

평가원기출

곡선 $y=6x^2+1$과 x축 및 두 직선 $x=1-h$, $x=1+h$ $(h>0)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(h)$라 할 때, $\lim_{h\to0+}\frac{S(h)}{h}$의 값을 구하시오.

803

선생님 Pick! 교육청기출

두 양수 a, b $(a<b)$에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=(x-a)(x-b)$라 하자.

$$\int_0^a f(x)\,dx=\frac{11}{6},\ \int_0^b f(x)\,dx=-\frac{8}{3}$$

일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

804

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=3x^2-2x-2$
(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(2,\ 0)$을 지난다.

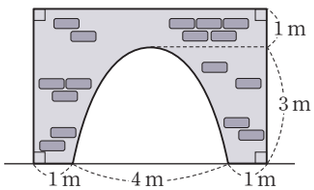
함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{17}{6}$ ② $\frac{35}{12}$ ③ 3
④ $\frac{37}{12}$ ⑤ $\frac{19}{6}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

805

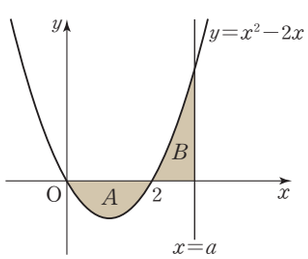
그림과 같이 아치의 모양이 포물선인 다리가 있다. 아치의 높이가 3 m이고 폭이 4 m일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 12 m^2 ② 13 m^2 ③ 14 m^2
④ 15 m^2 ⑤ 16 m^2

806 빈출

그림과 같이 곡선 $y=x^2-2x$와 x축 및 직선 $x=a$ $(a>2)$로 둘러싸인 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?



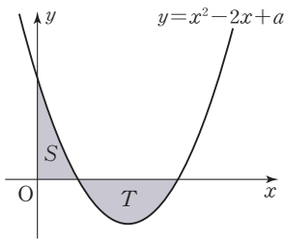
① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

807

곡선 $y=x^3-(a+2)x^2+2ax$ $(0<a<2)$와 x축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이가 서로 같을 때, 상수 a의 값을 구하고, 곡선 $y=x^3-(a+2)x^2+2ax$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 구하시오.

808 빈출

그림과 같이 곡선 $y=x^2-2x+a$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S라 하고, 곡선 $y=x^2-2x+a$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 T라 하자. $S:T=1:2$일 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<1$)



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

809

평가원기출

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 $f(3)=0$이고,

$$\int_0^{2013} f(x)\,dx=\int_3^{2013} f(x)\,dx$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 S일 때, $30S$의 값을 구하시오.

810

곡선 $y=x^2$과 두 직선 $y=1$, $y=4$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 8 ② $\frac{25}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ 9 ⑤ $\frac{28}{3}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 02 두 곡선 사이의 넓이(1)

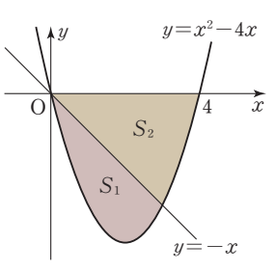
811

두 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=2x^2$과 직선 $y=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$
④ 9 ⑤ $\frac{10}{3}$

812

그림과 같이 곡선 $y=x^2-4x$와 x축으로 둘러싸인 도형이 직선 $y=-x$에 의하여 나누어진 두 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, $\frac{S_2}{S_1}$의 값은?



① $\frac{31}{27}$ ② $\frac{11}{9}$ ③ $\frac{35}{27}$
④ $\frac{37}{27}$ ⑤ $\frac{13}{9}$

813

| 선행 775 |

곡선 $y=x^2$을 x축에 대하여 대칭이동한 후 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 10만큼 평행이동한 곡선을 $y=f(x)$라 하자. 두 곡선 $y=x^2$과 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 20 ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{62}{3}$
④ 21 ⑤ $\frac{64}{3}$

814

곡선 $y=|x^2-1|$과 직선 $y=3$으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{23}{3}$ ② 8 ③ $\frac{25}{3}$
④ $\frac{26}{3}$ ⑤ 9

815

함수 $f(x)=|x^2-2x-1|$의 그래프와 직선 $y=a$가 서로 다른 세 점에서 만날 때, 다음 중 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=a$로 둘러싸인 부분의 넓이를 식으로 바르게 나타낸 것은?

(단, a는 상수이다.)

① $\int_{-1}^{1}\{2-f(x)\}\,dx$ ② $\int_{1}^{3}\{2-f(x)\}\,dx$
③ $2\int_{1}^{3}\{2-f(x)\}\,dx$ ④ $2\int_{-1}^{1}\{4-f(x)\}\,dx$
⑤ $2\int_{1}^{3}\{4-f(x)\}\,dx$

816

| 선행 775 |

두 곡선 $y=x^2-ax$와 $y=ax-x^2$으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{8}{3}$일 때, 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

817

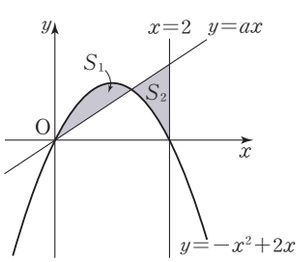
곡선 $y=-x^2+5x$와 직선 $y=ax$로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<5$)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

818

| 선행 806 |

그림과 같이 곡선 $y=-x^2+2x$와 두 직선 $y=ax$, $x=2$로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하자. $S_1=S_2$일 때, 양수 a의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

819

$a>3$일 때, 두 곡선 $y=x^3-ax^2+2ax$와 $y=3x^2-ax$로 둘러싸인 두 도형의 넓이가 서로 같다. 상수 a의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

820

두 곡선 $y=2x^2$과 $y=-x^2+6x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=a$가 이등분할 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

821

곡선 $y=x^2-3x$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 직선 $y=mx$에 의하여 이등분될 때, $(m+3)^3$의 값을 구하시오.
(단, m은 상수이다.)

822

곡선 $y=x^2-x$와 직선 $y=ax$로 둘러싸인 부분의 넓이가 x축에 의하여 이등분되도록 하는 상수 a에 대하여 $(a+1)^3$의 값을 구하시오.

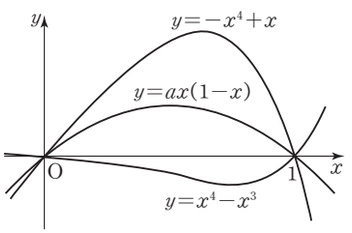
이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

823

평가원기출

두 곡선 $y=x^4-x^3$, $y=-x^4+x$로 둘러싸인 도형의 넓이가 곡선 $y=ax(1-x)$에 의하여 이등분될 때, 상수 a의 값은?

(단, $0<a<1$)

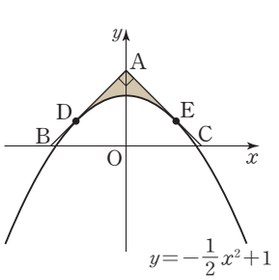


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

유형 03 두 곡선 사이의 넓이(2)

824

그림과 같이 y축 위의 한 점 A와 x축 위의 두 점 B, C에 대하여 직각이등변삼각형 ABC는 곡선 $y=-\frac{1}{2}x^2+1$과 두 점 D, E에서 접한다. 곡선 $y=-\frac{1}{2}x^2+1$과 이 곡선 위의 두 점 D, E에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

825

곡선 $y=x^2-1$과 이 곡선 위의 점 $(t,\ t^2-1)$에서의 접선 및 y축과 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은? (단, $0<t<1$)

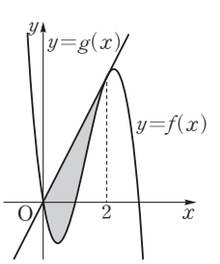
① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

826

선생님 Pick! 교육청기출

최고차항의 계수가 -3인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2,\ f(2))$에서의 접선 $y=g(x)$가 곡선 $y=f(x)$와 원점에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4
④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



827

곡선 $y=x^3+x^2-2x$와 직선 $y=-x+k$가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 곡선 $y=x^3+x^2-2x$와 직선 $y=-x+k$로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, k는 양수이다.)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 04 두 곡선 사이의 넓이(3)

828

| 선행 782 |

함수 $f(x)=x^3+x^2+x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

829

함수 $f(x)=x^3+x+1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=g(x)$와 x축 및 직선 $x=11$로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

830

함수 $f(x)=x^2+2\ (x\geq 0)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_0^2 f(x)\,dx+\int_2^6 g(x)\,dx$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

831 빈출

함수 $f(x)=x^3-x^2+x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\int_1^2 f(x)\,dx+\int_1^6 g(x)\,dx$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

832

$x\geq 0$인 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=x^2+x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때,

$$\int_a^{a+1} f(x)\,dx+\int_{f(a)}^{f(a+1)} g(x)\,dx=24$$

를 만족시키는 양수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

유형 05 곡선과 y축 사이의 넓이

833

두 곡선 $y=\sqrt{x}$, $y=\sqrt{2x}$와 직선 $y=4$로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 10 ② $\frac{31}{3}$ ③ $\frac{32}{3}$
④ 11 ⑤ $\frac{34}{3}$

834

| 선행 785 |

곡선 $y=\sqrt{2a-x}$와 x축 및 직선 $x=a$로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{1}{12}$일 때, 양수 a의 값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

835

곡선 $x=y^3+(1-a)y^2-ay$와 y축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이가 같을 때, 양수 a의 값을 구하시오.

유형 06 속도와 거리

836 빈출 서술형

지상 55 m의 높이에서 처음 속도 50 m/s로 지면과 수직인 방향으로 물 로켓을 발사했다. 발사한 이 물 로켓의 t초 후의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=50-10t \ (\text{m/s})$$

일 때, 다음 물음에 답하고, 그 과정을 서술하시오.

(1) 물 로켓이 최고 높이에 도달할 때, 지면으로부터의 높이를 구하시오.
(2) 물 로켓이 지면에 닿는 순간의 속도를 구하시오.
(3) 물 로켓이 지면에 닿을 때까지 움직인 거리를 구하시오.

837

| 선행 794 |

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=t^2-4t+3$일 때, 출발 후 두 번째로 운동 방향이 바뀌는 순간까지 점 P가 움직인 거리는?

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$
④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

838

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 t초 후의 속도가 $v(t)=3t^2-4t-3$일 때, 점 P가 다시 원점을 지날 때까지 걸리는 시간은?

① $\frac{3}{2}$초 ② 2초 ③ $\frac{5}{2}$초
④ 3초 ⑤ $\frac{7}{2}$초

839

수직선 위의 좌표가 -5인 점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 t초 후의 속도가 $v(t)=2t-4$일 때, 점 P가 원점을 지날 때까지 움직인 거리는?

① 11 ② $\frac{23}{2}$ ③ 12
④ $\frac{25}{2}$ ⑤ 13

840

점 P가 수직선 위의 한 점을 출발하여 수직선 위를 움직일 때, t초 후의 속도 $v(t)$는

$$v(t)=\begin{cases} 2t-3t^2 & (0\le t<2) \\ a(t-2)-8 & (t\ge 2) \end{cases}$$

이다. 점 P가 출발하여 4초 후 다시 출발점을 지날 때, 상수 a의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

841

수직선 위에서 동시에 원점을 출발하여 움직이는 두 점 P, Q의 t초 후의 속도는 각각

$$v_1(t)=3t+4,\ v_2(t)=t-6t^2$$

이다. 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, 점 M이 다시 원점을 지날 때까지 걸리는 시간을 구하시오.

842

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도가 각각 $3t^2-2t$, $2t-1$이다. 점 P는 원점에서 출발하고 점 Q는 좌표가 2인 점에서 동시에 출발했을 때, 두 점 P, Q가 만나는 지점까지 점 Q가 움직인 거리는?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3
④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

843 서술형

원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도가 각각

$$v_P(t)=-2t+1,\ v_Q(t)=4t-8$$

이다. 원점을 출발한 후 두 점 P, Q가 만날 때의 시각을 t_1이라 하고, 두 점 사이의 거리가 최대일 때의 시각을 t_2라 할 때, t_1+t_2의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, $t_2<t_1$)

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

844

| 선행 793 |

직선 궤도를 30 m/s의 속도로 달리던 열차의 기관사가 전방 150 m에 있는 장애물을 발견하고 제동을 걸었다. 제동을 건 후 열차의 가속도가 $-a$ m/s^{2}일 때, 이 열차가 장애물과 부딪히기 전에 정지하기 위한 양수 a의 값의 범위는?

① $0<a<1$ ② $1<a<3$ ③ $a>1$
④ $a>2$ ⑤ $a>3$

845

직선 도로 위를 움직이는 어떤 버스는 출발 후 3 km를 달리는 동안 시각 t분에서의 속도가 $v(t)=\frac{3}{4}t^2+\frac{1}{2}t$ (km/분)이고, 그 이후부터는 일정한 속도로 달린다. 12분 동안 이 버스가 달린 거리는?

① 39 km ② 40 km ③ 41 km
④ 42 km ⑤ 43 km

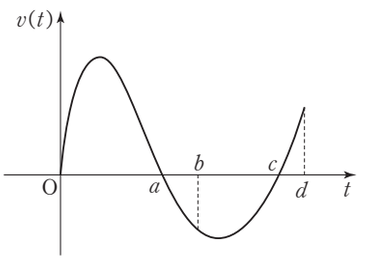
846

어느 건물에 설치된 엘리베이터는 1층에서 출발하여 맨 위층까지 올라가는 데 출발 후 처음 4초 동안은 3 m/s^{2}의 가속도로 올라가고, 다음 4초 후부터 10초까지는 4초에서의 속도를 유지하여 일정하게 올라가며, 10초 후부터는 -2 m/s^{2}의 가속도로 올라가서 멈춘다고 한다. 이 건물의 1층에서 맨 위층까지 엘리베이터가 움직인 거리를 구하시오.

847

평가원기출

그림은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0\le t\le d)$에서의 속도 $v(t)$를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)|\,dt=\int_a^d |v(t)|\,dt$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $0<a<b<c<d$이다.)

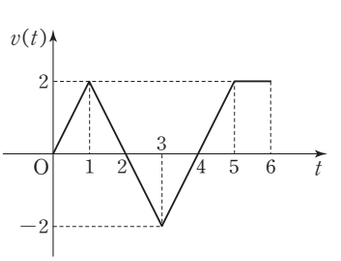
보기

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.
ㄴ. $\int_0^c v(t)dt=\int_c^d v(t)dt$
ㄷ. $\int_0^b v(t)dt=\int_b^d |v(t)|dt$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

848

원점을 출발하여 수직선 위를 6초 동안 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 설명 중 옳은 것은?



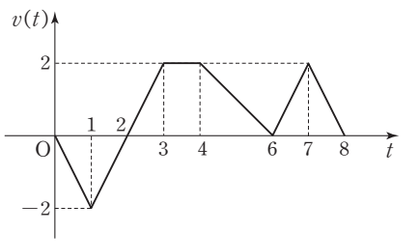
① 점 P는 출발 후 1초 동안 멈춘 적이 있다.
② $t=1$에서 $t=3$까지 음의 방향으로 움직인다.
③ $t=1$에서 $t=3$까지 위치의 변화량은 -2이다.
④ $t=1$일 때와 $t=5$일 때의 점 P의 위치는 같다.
⑤ $t=5$일 때, 점 P는 원점으로부터 가장 멀리 떨어져 있다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

849

| 선행 796 |

수직선 위의 좌표가 1인 점에서 출발하여 수직선 위를 8초 동안 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같을 때, 점 P의 운동에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

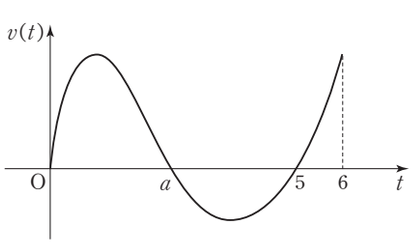


① 운동 방향을 1번 바꿨다.
② $t=8$일 때, 위치는 6이다.
③ 출발 후 원점을 2번 지난다.
④ $t=1$에서 $t=4$까지 움직인 거리는 2이다.
⑤ $t=1$일 때와 $t=3$일 때의 속력은 서로 같다.

850

| 선행 795 |

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0\le t\le 6)$에서의 속도 $v(t)$를 나타내는 그래프는 그림과 같다. $\int_0^6 v(t)dt=\int_a^5 |v(t)|dt$이고 점 P가 출발할 때의 운동 방향과 반대 방향으로 움직인 거리가 12일 때, 점 P가 시각 $t=0$에서 $t=6$까지 움직인 거리는? (단, $0<a<5$)



① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

유형 07 수학 I 통합 유형

851

자연수 n에 대하여 두 곡선 $y=x^n$, $y=x^{n+1}$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{30} S_n$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{7}{16}$
④ $\frac{15}{32}$ ⑤ $\frac{31}{64}$

III

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

스키마로 풀이 흐름 알아보기

지상 55 m의 높이(조건①)에서 처음 속도 50 m/s로 지면과 수직인 방향으로 물 로켓을 발사했다.
발사한 이 물 로켓의 t초 후의 속도 $v(t)$가 $v(t)=50-10t$ (m/s)(조건②)일 때, 물 로켓이 지면에 닿을 때(조건③)까지 움직인 거리(답)를 구하시오.

유형 06 속도와 거리 836

스키마 schema

주어진 조건은 무엇인지? 구하는 답은 무엇인지? 이 둘을 어떻게 연결할지?

1 단계

조건
- ① 지상 55 m
- ② $v(t)=50-10t$ (m/s)
- ③ 지면에 닿음

→ (x초 후의 높이) $=-5x^2+50x+55$

x초 후의 물 로켓의 지면으로부터의 높이는

$$(\text{처음 위치})+\int_0^x v(t)\,dt$$
$$=55+\int_0^x (50-10t)\,dt$$
$$=55+\left[50t-5t^2\right]_0^x$$
$$=-5x^2+50x+55$$

2 단계

조건
- ① 지상 55 m
- ② $v(t)=50-10t$ (m/s)
- ③ 지면에 닿음 → (높이)$=0$ → $x=11$

(x초 후의 높이) $=-5x^2+50x+55$

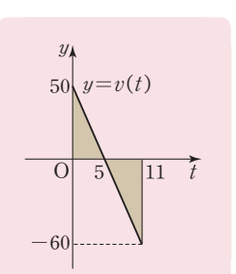
물 로켓이 지면에 닿을 때의 높이는 0이므로 지면에 닿을 때까지 걸린 시간은

$-5x^2+50x+55=0$에서
$x^2-10x-11=0$
$(x+1)(x-11)=0$
$\therefore x=11$ ($\because x>0$)
즉, 11초이다.

3 단계

조건
- ① 지상 55 m
- ② $v(t)=50-10t$ (m/s)
- ③ 지면에 닿음 → (높이)$=0$, $x=11$

(x초 후의 높이) $=-5x^2+50x+55$



두 삼각형의 넓이의 합

따라서 11초 동안 물 로켓이 움직인 거리는

$$\int_0^{11} |v(t)|\,dt$$
$$=\frac{1}{2}\times5\times50+\frac{1}{2}\times6\times60$$
$$=305\,(\text{m})$$

답 움직인 거리 → 305 m

답 305 m

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

852

| 선행 817 |

곡선 $y=x^2+ax-3$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 36일 때, 양수 a의 값은?

① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

853

곡선 $y=x^2-ax$ $(0<a<2)$와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이가 최소가 되도록 하는 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

854

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(x)$를 구하시오.

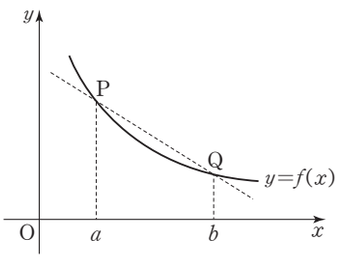
(가) $f'(x)$는 이차함수이다.
(나) 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극솟값을 갖는다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.
(라) 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 27이다.

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

855

평가원기출

그림은 연속함수 $y=f(x)$의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 나타낸 것이다.



함수 $F(x)$가 $F'(x)=f(x)$를 만족시킬 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $F(x)$는 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 증가한다.

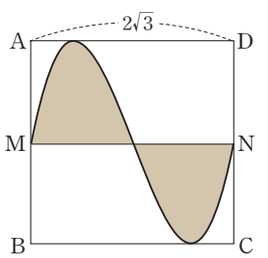
ㄴ. $\dfrac{F(b)-F(a)}{b-a}$는 직선 PQ의 기울기와 같다.

ㄷ. $\displaystyle\int_a^b \{f(x)-f(b)\}\,dx \le \frac{(b-a)\{f(a)-f(b)\}}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

856

그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$인 정사각형 ABCD의 내부에 곡선 $y=a(x^3-3x)$의 일부분이 정사각형 ABCD의 각 변과 한 점에서 만나고 있다. 두 선분 AB, CD와 곡선 $y=a(x^3-3x)$의 교점을 각각 M, N이라 하자. 두 점 M, N이 두 선분 AB, CD의 중점일 때, 색칠한 부분의 넓이는? (단, a는 0이 아닌 상수이다.)



① $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$ ② $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{9\sqrt{3}}{8}$
④ $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

857

곡선 $y=x^2$ 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$, $\mathrm{Q}(b,\ b^2)$이 선분 PQ와 곡선 $y=x^2$으로 둘러싸인 도형의 넓이가 36을 만족시키면서 움직일 때, $\lim_{a\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{a}$의 값은?

① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

858

점 $(0,\ -2)$에서 곡선 $y=x^2+x+\frac{1}{4}$에 그은 두 접선과 이 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$
④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

859

양수 a에 대하여 두 곡선 $y=ax^3$, $y=-\frac{1}{a}x^3$과 직선 $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값을 m, 그때의 a의 값을 n이라 할 때, $m+n$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

860

선생님 Pick! 평가원기출

닫힌구간 [0, 1]에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$f(0)=0,\ f(1)=1,\ \int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^{2} g(x)\,dx$의 값은?

(가) $g(x)=\begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1<x<0) \\ f(x) & (0\le x\le 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2)=g(x)$이다.

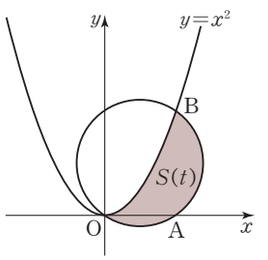
① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

861

평가원변형

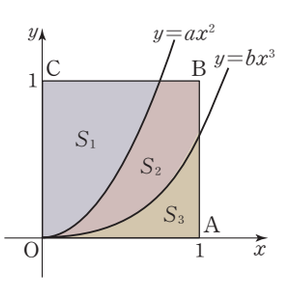
그림과 같이 곡선 $y=x^2$과 양수 t에 대하여 세 점 O(0, 0), A(t, 0), B(t, t^2)을 지나는 원 C가 있다. 원 C와 곡선 $y=x^2$으로 둘러싸인 부분 중 원의 중심을 포함하지 않는 부분의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $S'(1)=\frac{p\pi+q}{4}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오.

(단, p, q는 정수이다.)



862

그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC가 두 곡선 $y=ax^2$ $(a>1)$, $y=bx^3$ $(0<b<1)$에 의하여 세 부분으로 나누어진다. 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 할 때, $S_1:S_2:S_3=3:2:1$이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, O는 원점이다.)



① 2 ② $\frac{19}{9}$ ③ $\frac{20}{9}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{22}{9}$

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

863

| 선행 842 |

두 자동차 A, B가 직선 도로를 따라 같은 방향으로 달리고 있다. 자동차 A는 40 m/s의 속도로 일정하게 달린다. 자동차 A가 P지점을 지나고 10초 후에 자동차 B도 P지점을 지났다. 자동차 B가 P지점을 지나고 t초 후의 자동차 B의 속도가 $\left(\frac{1}{8}t+40\right)$ m/s이었을 때, 두 자동차가 만나게 되는 것은 자동차 B가 P지점을 지난 지 몇 초 후인가?

① 40초 ② 80초 ③ 120초
④ 160초 ⑤ 200초

864

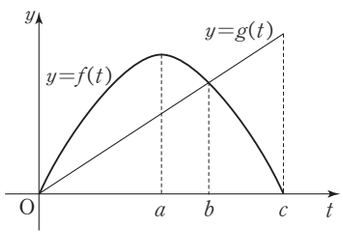
수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 점 P는 점 A(-3)을 출발하여 시각 t에서의 속도가 $3t^2-1$이고, 점 Q는 점 B(k)를 출발하여 시각 t에서의 속도가 2이다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 후 2번 만나도록 하는 정수 k의 값은?

① -2 ② -3 ③ -4
④ -5 ⑤ -6

865

평가원기출

같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각 t $(0\le t\le c)$에서 물체 A의 속도 $f(t)$와 물체 B의 속도 $g(t)$를 나타낸 것이다.



$\int_0^c f(t)\,dt=\int_0^c g(t)\,dt$이고 $0\le t\le c$일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $t=a$일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
ㄴ. $t=b$일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
ㄷ. $t=c$일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

866

평가원변형

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(0\le t\le 5)$에서의 속도 $v(t)$가 다음과 같다.

$$v(t)=\begin{cases} 4t & (0\le t<1) \\ -2t+6 & (1\le t<3) \\ t-3 & (3\le t\le 5) \end{cases}$$

$0<x<3$인 실수 x에 대하여 점 P가

시각 $t=0$에서 $t=x$까지 움직인 거리,

시각 $t=x$에서 $t=x+2$까지 움직인 거리,

시각 $t=x+2$에서 $t=5$까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$라 하자. $f(0)=0$일 때, $\int_0^2 f(x)\,dx$의 값을 구하시오.

867

선생님 Pick! 교육청기출

첫째항이 1이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
(나) 점 P_n의 x좌표는 a_n이다.
(다) 직선 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 기울기는 $\frac{1}{2}a_{n+1}$이다.

$x\ge 1$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 모든 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[a_n,\ a_{n+1}]$에서 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$과 일치할 때, $\int_1^{11} f(x)\,dx$의 값은?

① 140 ② 145 ③ 150 ④ 155 ⑤ 160

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

I 함수의 극한과 연속

01 함수의 극한

본문 9~36 p

001 (1) 0 (2) 2
002 (1) 2 (2) 4
003 (1) 4 (2) $\frac{1}{7}$
004 ③
005 ②
006 ⑤
007 ④
008 ③
009 ①
010 ⑤
011 ②
012 ①
013 ①
014 풀이 참조
015 ③
016 ②
017 ⑤
018 ②
019 ②
020 (1) 12 (2) $\frac{1}{7}$ (3) 3
021 (1) $\frac{1}{4}$ (2) 6
022 (1) $\frac{1}{4}$ (2) $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ (3) $\frac{1}{25}$
023 (1) 0 (2) $\frac{7}{4}$ (3) ∞
024 ②
025 (1) 1 (2) 3
026 ③
027 ④
028 ④
029 ③
030 ③
031 ⑤
032 ③
033 ②
034 ③
035 (1) 2 (2) 5
036 ④
037 ④
038 ⑤
039 ①
040 ⑤
041 (1) $-\infty$ (2) 0
042 풀이 참조
043 ②
044 ④
045 (1) -2 (2) 1
046 ③
047 ⑤
048 ①
049 ③
050 ③
051 ②
052 ⑤
053 ⑤
054 ③
055 ④
056 ②
057 4
058 ①
059 ⑤
060 $\frac{1}{3}$
061 ②
062 ⑤
063 ①
064 ③
065 ①
066 ⑤
067 ②
068 ②
069 ⑤
070 ④
071 ③
072 ④
073 (1) -6 (2) 1 (3) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
074 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{54}$
075 (1) -2 (2) -3
076 ③
077 ②
078 -2
079 ①
080 ①
081 ③
082 ③
083 ③
084 $a=0$, $b=3$, $c=-4$, $d=-4$
085 풀이 참조
086 4
087 ②
088 ③
089 ③
090 ①
091 ①
092 ②
093 ④
094 ②
095 ②
096 ③
097 ③
098 ③
099 1
100 ①
101 ④
102 ①
103 ①
104 ③
105 ③
106 ⑤
107 ①
108 ②
109 ②
110 10
111 ⑤
112 8
113 ④
114 16

02 함수의 연속

본문 39~59 p

115 ④
116 ⑤
117 ①
118 ④
119 ③
120 ④
121 (1) $[2, \infty)$ (2) $(-\infty, \infty)$
(3) $(-\infty, 0)\cup(0, \infty)$
122 ⑤
123 ④
124 ②
125 ①
126 ④
127 ⑤
128 (1) -3 (2) 3
129 ④
130 ①
131 ③
132 ④
133 ⑤
134 (1) $M=9$, $m=7$ (2) $M=5$, $m=-4$
(3) $M=\frac{3}{2}$, $m=1$
135 ①
136 ②
137 (1) 최솟값 -2 (2) 최솟값 1
138 ③
139 ④
140 ③
141 ②
142 ③
143 ③
144 ③
145 ④

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

146 ⑤
147 ②
148 ③
149 ③
150 ③
151 ⑤
152 ⑤
153 ④
154 ③
155 ②
156 ③
157 ④
158 ①
159 ⑤
160 ①
161 풀이 참조
162 ②
163 ⑤
164 ④
165 ④
166 ①
167 ⑤
168 ③
169 ④
170 ③
171 ③
172 ②
173 2
174 ②
175 ③
176 ②
177 풀이 참조
178 풀이 참조
179 ②
180 ④
181 ⑤
182 ⑤
183 ③
184 ⑤
185 ④
186 ②
187 ③
188 ⑤
189 ①
190 ①
191 ④
192 ④
193 ②
194 ⑤
195 13
196 ②
197 ④
198 ③
199 ①
200 ③
201 ②
202 풀이 참조

II 미분

01 미분계수와 도함수

본문 63~87 p

203 ④
204 ②
205 풀이 참조
206 ②
207 ④
208 ③
209 ③
210 ③
211 -16
212 ①
213 ②
214 ②
215 ③
216 ④
217 ⑤
218 풀이 참조
219 풀이 참조
220 ③
221 ①
222 ⑤
223 -9
224 ②
225 5
226 ①
227 2
228 ③
229 ③
230 (1) $9x^2-6$ (2) 50
231 105
232 (1) $y'=4x-3$ (2) $y'=8x^3+9x^2-2$
233 ②
234 ⑤
235 (1) 9 (2) 12
236 풀이 참조
237 ⑤
238 풀이 참조
239 ②
240 ③
241 ②
242 ③
243 ②
244 ②
245 ①
246 (1) 3 (2) 8
247 ⑤
248 ④
249 ③
250 ⑤
251 ③
252 ②
253 ③
254 ③
255 (1) 9 (2) -4
256 ⑤
257 ③
258 ③
259 ④
260 ⑤
261 ②
262 풀이 참조
263 풀이 참조
264 풀이 참조
265 풀이 참조
266 36
267 4
268 ③
269 ④
270 ①
271 ②
272 ③
273 ②
274 ①
275 5
276 풀이 참조
277 ②
278 ⑤
279 ②
280 (가) : $f(x+h)$
(나) : $\{f(x+h)\}^2+f(x+h)f(x)+\{f(x)\}^2$
(다) : $3\{f(x)\}^2f'(x)$
281 ⑤
282 ⑤
283 -9
284 ④
285 ①
286 ③
287 ①
288 ②
289 ②
290 ④
291 ①
292 ②
293 ④
294 ③
295 ④
296 ④
297 16

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

298 ⑤
299 ②
300 (1) 1023 (2) 1360
301 34
302 ⑤
303 552
304 ②
305 ③
306 ③
307 13
308 186
309 ②
310 ①
311 ③
312 28
313 ④
314 19
315 ④
316 $\frac{1}{3}$
317 503

02 도함수의 활용 (1)

본문 89~98 p

318 (1) $y=x-3$ (2) $y=4x-7$
319 $y=3x+2$
320 ②
321 ⑤
322 ⑤
323 ④
324 ③
325 ③
326 ④
327 ③
328 풀이 참조
329 ④
330 $y=2x+6$
331 20
332 $4\sqrt{26}$
333 ⑤
334 ②
335 풀이 참조
336 ③
337 ④
338 ③
339 $8\sqrt{2}$
340 ②
341 9
342 ①
343 ②
344 ②
345 P(3, 6), 8
346 풀이 참조
347 ⑤
348 ④
349 ④
350 2
351 ②
352 ③
353 4
354 $-4<k<5$

03 도함수의 활용 (2)

본문 102~132 p

355 ③
356 ②
357 ②
358 ③
359 ④
360 풀이 참조
361 ①
362 -3
363 ⑤
364 ③
365 ①
366 ①
367 ④
368 ②
369 ④
370 ②
371 ③
372 ⑤
373 ③
374 ①
375 ⑤
376 ③
377 ④
378 ⑤
379 ④
380 128
381 ①
382 4
383 (가) : 평균값 (나) : $<$ (다) : $>$ (라) : $<$
384 ⑤
385 ⑤
386 ③
387 ③
388 ①
389 $-3\le a\le 1$
390 ④
391 풀이 참조
392 ①
393 ③
394 -26
395 ⑤
396 ③
397 7
398 $-\frac{4}{3}$
399 6
400 ②
401 ③
402 풀이 참조
403 19
404 $a<0$ 또는 $0<a<\frac{9}{8}$
405 ⑤
406 ③
407 7
408 ⑤
409 ②
410 c
411 ④
412 ⑤
413 ⑤
414 ②
415 ④
416 ㄴ, ㅁ
417 ⑤
418 ④
419 ②
420 ⑤
421 ④
422 풀이 참조
423 ⑤
424 ③
425 2
426 ①
427 2
428 ①
429 800
430 ④
431 ②
432 ②
433 ②
434 ③
435 $-\frac{10}{3}$
436 ①
437 4
438 ②
439 64
440 $f(x)=x^4-2x^2$
441 ①
442 ①
443 $a\le -7$
444 ①
445 13
446 ④
447 ③
448 ①

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

449 ③
450 $a \geq \frac{9}{2}$
451 24
452 ①
453 ②
454 ④
455 $-\frac{\sqrt{3}}{9}$
456 ①
457 -4
458 -40
459 11
460 ①
461 $8\sqrt{2}$
462 풀이 참조
463 ②
464 ④
465 64
466 ③
467 ①
468 12
469 ③

04 도함수의 활용 (3)

본문 134~155p

470 (1) 3 (2) 2
471 ②
472 ④
473 ②
474 10
475 풀이 참조
476 (1) $k \geq 1$ (2) $k < -1$
477 ④
478 9
479 ①
480 $a \geq 1$
481 ④
482 ②
483 ⑤
484 ③
485 ②
486 ③
487 ⑤
488 ④
489 ②
490 ⑤
491 ⑤
492 풀이 참조
493 ①
494 ⑤
495 160
496 ④
497 ⑤
498 ④
499 ②
500 ①
501 ⑤
502 14
503 ③
504 ①
505 $a \geq 3$
506 $-\sqrt{3} < k < \sqrt{3}$
507 ⑤
508 $a > 0$
509 ③
510 ②
511 3
512 34
513 ⑤
514 ①
515 풀이 참조
516 27
517 ③
518 ④
519 ③
520 ③
521 ①
522 ③
523 ④
524 ⑤
525 ②
526 ③
527 ②
528 ④
529 2, 0.8
530 -8π cm^3/초
531 ④
532 풀이 참조
533 36
534 $-\frac{7\sqrt{3}}{4}$
535 ⑤
536 2
537 ④
538 $f(x)=x^3-12x$
539 34
540 ⑤
541 ③
542 ①
543 $a \leq 2$
544 $k < -7$ 또는 $k > 8$
545 21
546 ③
547 ③
548 ②
549 ③
550 ①
551 풀이 참조

III 적분

01 부정적분

본문 158~172p

552 ④
553 ②
554 ①
555 ③
556 ⑤
557 ④
558 ④
559 풀이 참조
560 (1) $2x-1$ (2) $2x+C$
561 5
562 ①
563 ④
564 4
565 ③
566 ③
567 ①
568 (1) $5x+C$ (2) $\frac{1}{11}x^{11}+C$ (3) x^2+3x+C
569 ④
570 ④
571 ④
572 ②
573 ③
574 ③
575 $f(x)=x^2+3x-1$
576 ⑤
577 ③
578 ②
579 ④
580 ⑤
581 ②
582 ④
583 5
584 ③
585 ③
586 ④
587 풀이 참조
588 ②
589 ②
590 ④
591 풀이 참조
592 ④
593 ③

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

594 ④
595 ①
596 ④
597 풀이 참조
598 ③
599 ②
600 ⑤
601 ②
602 ④
603 ④
604 ③
605 ③
606 ③
607 풀이 참조
608 ③
609 ⑤
610 ①
611 ⑤
612 ②
613 풀이 참조
614 풀이 참조
615 ④
616 2
617 ③
618 ②
619 54
620 ①
621 ⑤
622 ⑤
623 풀이 참조
624 18
625 ⑤
626 ④
627 ③

02 정적분

본문 174~201 p

628 ②
629 ⑤
630 (1) 0 (2) 0
631 (1) 1024 (2) 12 (3) 0
632 ④
633 ③
634 ②
635 (1) -5 (2) 1 또는 4
636 ②
637 ②
638 42
639 (1) 4 (2) $\frac{16}{3}$
640 ③
641 ③
642 ⑤
643 ④
644 ②
645 (1) 36 (2) 18
646 ③
647 ⑤
648 ⑤
649 ③
650 ①
651 ②
652 ①
653 (1) 48 (2) $\frac{20}{3}$
654 ①
655 ②
656 ③
657 ①
658 ④
659 5
660 ②
661 (1) $f(x)=2x+5$ (2) $f(x)=x^2-3x+2$
662 ⑤
663 ④
664 ⑤
665 ⑤
666 ④
667 11
668 풀이 참조
669 (1) 5 (2) 5
670 ③
671 ①
672 ①
673 ⑤
674 ④
675 ②
676 3
677 ③
678 ③
679 ④
680 ③
681 ①
682 ③
683 풀이 참조
684 ③
685 ①
686 ②
687 ⑤
688 ⑤
689 ③
690 8
691 ③
692 ①
693 풀이 참조
694 (1) 3 (2) 1
695 9
696 ④
697 ④
698 ③
699 ②
700 ③
701 풀이 참조
702 ④
703 ①
704 ④
705 ②
706 8
707 ①
708 ④
709 ②
710 ②
711 ⑤
712 ⑤
713 ①
714 ③
715 ⑤
716 ①
717 ④
718 ③
719 ①
720 ④
721 ①
722 ①
723 ⑤
724 16
725 9
726 ③
727 ④
728 ㄴ, ㄷ, ㄹ
729 ④
730 ④
731 ③
732 ③
733 ⑤
734 ⑤
735 -14
736 ③
737 ②
738 ④
739 ①
740 ②
741 ③
742 ③
743 ④
744 45
745 ②
746 ①
747 40
748 ④
749 ①
750 ②

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>

751 3
752 ③
753 ④
754 ④
755 ②
756 80
757 10
758 ①
759 ④
760 30
761 17
762 ⑤
763 ④
764 풀이 참조

03 정적분의 활용

본문 203~226 p

765 (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$
766 ④
767 ③
768 (1) 6 (2) 6
769 ③
770 ④
771 ⑤
772 ③
773 ②
774 ③
775 ⑤
776 ④
777 (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{37}{12}$
778 ②
779 ③
780 ②
781 $\frac{8}{3}$
782 (1) $\frac{1}{3}$ (2) 1
783 ③
784 ③
785 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
786 ②
787 (1) 3 (2) 3 (3) 5
788 풀이 참조
789 ②
790 ⑤
791 ④
792 ②
793 ②
794 ③
795 ⑤
796 ⑤
797 ③
798 ④
799 ④
800 ③
801 $\frac{16}{3}$
802 14
803 ②
804 ④
805 ⑤
806 ②
807 $a=1$, $S=\frac{1}{2}$
808 ④
809 40
810 ⑤
811 ③
812 ④
813 ⑤
814 ②
815 ③
816 ②
817 ④
818 ②
819 ③
820 ③
821 $\frac{27}{2}$
822 2
823 ④
824 ②
825 ①
826 ③
827 ④
828 ②
829 ⑤
830 ③
831 ⑤
832 ②
833 ③
834 ②
835 1
836 풀이 참조
837 ④
838 ④
839 ⑤
840 ⑤
841 2초
842 ①
843 풀이 참조
844 ⑤
845 ⑤
846 132 m
847 ④
848 ④
849 ④
850 ④
851 ④
852 ②
853 ④
854 $f(x)=-6x^3+18x$
855 ③
856 ④
857 ③
858 ①
859 ⑤
860 ②
861 13
862 ⑤
863 ②
864 ③
865 ⑤
866 $\frac{5}{2}$
867 ②

이투스북
<이 책은 저작권법에 따라 보호받는 저작물이므로 무단전재와 무단복제를 금합니다.>